MISCELLANEVM HYPERBOLICVM, ET PARABOLICVM.

IN QVO PRÆCIPVE AGITVR DE CENTRIS Grauitatis Hyperbolæ, partium eiusdem,

Atque nonnullorum solidorum, de quibus nunquam Geometria locuta est.
Parabola nouiter quadratur dupliciter.
Ducuntur infinitarum parabolarum tangentes.
Assignantur maxima inscriptibilia, minimaque circumscriptibilia Infinitis Parabolis, Conoidibus, ac semifusis parabolicis.
Aliaque Geometrica noua exponuntur scitu digna.

AVTHORE
F. STEPHANO DE ANGELIS
VENETO,

Ordinis Iesuatorum S. HIERONYMI, in Veneta Prouincia Definitore Prouinciali.

AD ILLVSTRISSIMOS, ET SAPIENTISSIMOS
SENATVS BONONIENSIS
QVINQVAGINTA VIROS.





VENETIIS, M. DC. LIX.

Apud Ioannem Baptistam Ferrettum.

SVPERIORVM PERMISSV.





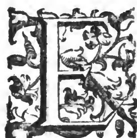
Illuſtriſſimis, & Sapientiſſimis

BONONIENSIS SENATVS QVINQVAGINTA VIRIS

Dominis Colendiſſimis.

F. STEPHANVS ANGELI VENETVS

Ord. Ieſuatorum S. Hieronymi, ac in Prouincia Veneta Prouincialis Definitor P.P.P.



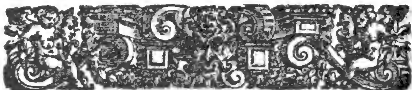
A Virtutis eſt vis (Illuſtriſsimi & Sapientiſſimi DD.), ac ſolertiſſima indoles, vt animum ſuauitèr imbuat, diſciplinisq; veluti temperamento peroptimo, iucundè componat, & inſtruat. Quod viuere eſt corpori, id menti pręſtat ſcire excellentiùs; namq; veluti Promethei inanis ſtatua homo degeret, ſi à ſcientiarum radio fęlicitèr non excitaretur ad vitam. Id docuit Apollinis lyra, quę lapidem quondam dulciſona fecit carmina reddentem, vitales indidit auras, & voces, cum in reliquis grauitaret inanimis, atq; imè tenderet in centrum. Explicet proſperè plumas Dedalus, iungat humeris alas, ſeſe libret in aera, caſus fugiat crudelitatis deludens ingenium; animus verè tunc petit athera, cum ſapientiæ adiumento fulcitur, ſcientiarumq;

acumine euadit nuperus Phœnix, vt vires sumat ad tentanda sydera. Deniq; volitabit mens incunctanter vbi studij artificium accesserit, idq; robur mutuabit à scientia, quod ab Archytę cura retulit lignea olim columba, cui pennas fabrefacere ad volatum, opificis sors fuit, & elucubratio valdè diligens. Ita est; si viuat corpus, àt rude extet ingenium, minimè dicendum, quod viuat homo, qui solum vt intelligat viuit, opusq; intelligentiæ exercendo ab animantibus cęteris secernitur. Natura gressum dat pedibus vt circumcursent per orbem; verùm, vt mens euehatur, virtus est, quæ capiti iungit adminicula; ideo Mercurius Scientiarum Numen, & Pręses, ceruicem, atq; plantas iurè implicat alis. Ergo si maxima debemus naturæ, cuius ope morituri viuimus, potiora scientiæ inscribenda, qua rectè, qua sapientèr, qua vtilitèr, qua decorè, qua perennitèr viuimus. Illa nos incunabulis, veluti carceri fascijs adstrictos, addicit; hęc perennitati generosè fouet. Illa ab vtero in ærumnosam vitam; hęc in gloriæ Capitolium educit. Illa lacte, quo saginamur infantes, ad corruptionem enutrit; hæc nos immortalitati parit, ac posthumos seruat. Illa demùm parentibus emancipat, & Patriæ; hæc quidquid sumus Lyceis, & præceptoribus inscribit; indeq; profitetur Achilles, plura debere Chyroni, qui ab animo ruditatem eliminauit, quam Thetydi, quæ corpus dedit, Stygijsq; vndis lotum ictibus exposuit in ffensum. Bononia Gloriosa Studiorum Mater, quæ Athenarum reparat vetustatem, quæ scientijs gymnasia disertissima aperit, quæ Virtuti sola struit thronum, & domicilium, quæ postremò Męcenates parat sapientibus, ad Mathesis me accendit Amorem, opportunitatem contulit, Archimedemq;

exhibuit,

exhibuit, Excellentissimum nempè Bonauenturam Caualerium, qui Geometriæ gloriam perfecit, huiusce preclarissimæ Vrbis auxit nitorem, Iesuatorum cętum amplissime decorauit, vt puriori Geometricarum dulcedinum lacte, luculenter nutrirer. Hausi, quæ nunquam ad saturitatem degustabo alimenta. Vestrum Illustrissimi, & Sapientissimi DD. vrbanitati lenissimæ, quæ Pręceptorem Caualerium fouit impensè, iurè se statuit discipulus, quò fidenter deditissima Vobis hęc libet attramenta, quibus claritatem iungere, vt inoccidua splendescant, vestræ Nobilitatis, & laudis, opus erit, ac facinus pręstantissimum. Tenuis munusculi inopiam commendet qua promitur obsequentissima vouentis deuotio; hęc me vobis valdè spondet deuinctum, hęc consulit, & iubet, vt tandem, forsan cum fęnore, reddam, quę iam Geometrica ab hoc Lyceo iucundissimè ebibi rudimenta. Primitiarum titulis gloriantur hi labores, namq; centrum grauitatis hyperbolæ me primò fuisse perscrutatum profiteor. Vos hinc eligo Numina, quibus ęquissimè dicem, Vos operis optimè statuo Patronos. Ioannes della Faille, qui primus centrum grauitatis partium circuli, & Ellipsis est nactus, voluminis verticem Philippi Quarti Hispaniarum Potentissimi Regis, nomine, & maiestate coronauit. Quò gaudet communi titulo, hæc opella, eò præclarissimis Viris se nouit fore sacrandam. Excipiatis hęc vota, ideo à Vobis omnibus numeris maximis, cum exigua sint, & penè minima, tuenda. Cæterum si Palladis ortum ditauit irriguè pluens aurum, Vos paritèr Sapientissima Vrbis Præsides, quiq; ideò Mineruæ munus impletis, Astra ditent, ac prosperè tribuant ad gloriam senescere. Valete.

LE-



LECTORI
BENEVOLO.



Lapso Mense Iulij exierunt è Typographi manibus quatuor nostri libri circa Infinitas Parabolas versantes. Subiectum equidem vetus, quum de ipso Caualerius antè annum 1640. in problemate vltimo centuriæ suorum problematum; & anno 1647. in exercitationibus geometricis; pertractauerit. Sed circa illud, non modica vel totaliter ab ipso intacta, vel proprijs medijs ostensa, & roborata, manifestauimus. Verum dum tertius illorum sub prælo esset, succurrit modus centra grauitatis hyperbolæ, eiusque partium indagandi, supposita tamen ipsarum quadratura. Ast tunc nostra intererat opus de infinitis parabolis quam primum absoluere; quapropter & in epistola ad lectorem, & in calce quarti libri polliciti sumus, & argumentum illud, & tractatum de infinitis spiralibus, sequenti anno, explicare. Incępimus conscribere propositiones ad centrum grauitatis hyperbolæ attinentes; quando tot nouæ cognitiones geometri-

cæ

cæ occurrerunt, vt nos coegerint (nescimus quo fato) sententiam mutare, impullerintque Miscellaneum præsens citissimè edere, opusculum de infinitis spiralibus ad aliud tempus reseruantes. Etenim nescimus an hoc primum futurum sit illorum, quæ forsan elaboraturi sumus. Modò namque phantasiam occupat argumentum quodam leuiter ab eximio Torricellio tactum; circa quod, doctrinas tùm in Miscellaneo præsenti, tùm in opere de infinitis parabolis expositas, insequentes, arbitramur nobis licitum fore futurum explicare quamplurima noua, tam circa mensuram, quam circa centra grauitatis infinitorum solidorum, infinitisque modis variatorum. Accipe ergo, benignè Lector, in præsentiarum Miscellaneum hocce, in quo quas principaliter enucleauimus doctrinas, habes in eius fronte. Porrò cupimus admoneri, nos in ipso aliqua indiuisibilium methodo dumtaxat confirmasse. Namque illa omittendo, putabamus, non modicè ingenium tuum labefactare. Haud enim indiuisibilium methodo roboratis assentiri, leuiterque circa regalem illum arguendi modum hæsitare, aliud proculdubio non indicat, quam eius vim, & energiam intimè, ac medulitùs minimè percipi. Perlege ergo sequentia si tibi placet, & Vale.

Noi

Noi Reformatori dello Studio di Padoa.

Hauendo osseruato per fede del Padre Inquisitore non esserui, nel Libro di Materie Matematiche del Pad. F. Steffano Angeli dell'Ordine de Gesuati, cosa contraria alla Santa Fede, e parimente per attestato del Segretario nostro niente contro Prencipi, è buoni costumi, permettemo, che possi essere stampato, douendo osseruarsi gl'Ordini, & esserne presentate due Copie, vna per la Libraria di Padoa, e l'altra di questa Città &c.

Dat. dal Magistr. nostro li 8. Ottobre 1659.

Nicolò Sagredo Cau. Proc. Ref.

Alemante Angelo Donini Segr.



MISCELLANEVM HYPERBOLICVM, PARABOLICVMQVE.

FÆCVNDITAS trium propositionum initio tertij libri eorum, quos de infinitis conscripsimus parabolis, explicatarum, luculenter ex pronunciatis ijsdem in libris fuit omnibus patefacta. Hæc autem elucescet magis, magisque perlustrantibus in præsenti libro à nobis aperienda. Centra grauitatis circuli, & Ellipsis, aliquarumque ipsorum partium ad nostra tempora vsque incognita fuere. Nostro dumtaxat seculo Ioannes della Failla, Guldinus, alijque hæc detexere. Hæc & nos manifestauimus in 3. & 4. præcitatis libris, at methodo ab omnibus diuersa. Ast hæc centra inquirerentur frustra nisi circuli quadratura supponeretur. Semidiameter etenim ad interceptam inter centrum circuli, & centrum grauitatis sectoris eiusdem eam dicitur habere rationem, quæ inter partem circumferentiæ, rectamque

lineam cadit. Ratio verò inter rectum, & curuum exprimenda, semota circuli quadratura, habetur nè forsitan? Nequaquam. Igitur prædicta centra minimè reperirentur, nisi circuli quadratura supponeretur. Tres in geometria extant insignes figuræ, quarum desideratur quadratura, Circulus, Ellipsis, ac Hyperbola. Circuli & Ellipsis, ac eorum partium (supposita talium figurarum quadratura) centra grauitatis reperta fuere; cur non etiam ipsius hyperbolæ? Centrum grauitatis hyperbolæ sub silentio relinquere quotquot de centro grauitatis figurarum scripsere. Saltem nescimus aliquem de ipso verba fecisse. Imò Guldinus lib. pri. centrobarycæ in calce pag. 9. liberè pronunciat. *Deest hoc loco hyperbolæ, eiusque partium centri grauitatis inuestigatio*. Curabimus ergo nos, hoc centrum, seù potius hæc centra, manifestare, at non nisi hyperbolæ supposita quadratura; in primisque ostendemus in qua linea diametro parallela sit centrum grauitatis semihyperbolæ. Ast quoniam hoc inquirimus media ratione, quam habet cylindrus conoidi hyperbolico circumscriptus, ad ipsum conoides; licet hanc nos docuerit Archimedes lib. de conoid. & sphæroid. proposit. 27. attamen & nos prius hanc assignabimus pluribus modis, interseque diuersis, ac nunquam excogitatis; & hoc eò libentius, quia data occasione, aliqua noua geometrica exponemus. Sit ergo.

PRO-

PROPOSITIO PRIMA.

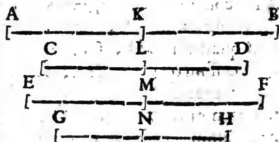
Si circa diametrum hyperbolæ ſit etiam parabola ita diuidens baſim hyperbolæ, vt quadratum ſemibaſis, ſit ad quadratum ſemibaſis parabolæ, vt compoſita ex latere tranſuerſo hyperbolæ, & ex diametro, ad tranſuerſum latus. Tota parabola cadet intra hyperbolam.

TRes ſequentes propoſit. probantur ferè iiſdem terminis à Luca Valerio in append. ad lib. 3. de cent. grauit. propoſit. pri. & 2. Eſto ergo hyperbola ABC, cuius latus tranſuerſum GB, diameter BD, circa quam ſit etiam parabola EBF, ſic ſecans AC, vt quadratum AD, ſit ad quadratum DE, vt DG, ad GB. Dico totam parabolam EBF, cadere intra hyperbolam. Accipiatur arbitrariè punctum L, per quod ducatur ordinatim applicata HKL. Quoniam ex propoſit. 21. prim. conic. quadratum HL, eſt ad quadratum AD, vt rectangulum GLB, ad rectangulum GDB; & ex hypotheſi, eſt quadratum AD, ad quadratum DE, vt DG, ad GB; nempe ſumpta communi altitudine DB, vt rectangulum GDB, ad rectangulum GBD. Ergo ex æquali, erit quadratum HL, ad quadratum ED, vt rectangulum GLB, ad rectangulum GBD. Rurſum; quoniam in parabola eſt ex propoſit. 20. lib. cit. quadratum ED, ad quadratum KL, vt DB,

ad BL, nempe ſumpta communi altitudine GB, vt rectangulum DBG, ad rectangulum LBG. Ergo ex æquali, erit quadratum HL, ad quadratum KL, vt rectangulum GLB, ad rectangulum GBL. At rectangulum GLB, maius eſt rectangulo GBL. Ergo etiam quadratum HL, maius erit quadrato KL. Sed punctum L, ſumptum eſt arbitrariè. Ergo omnes lineæ ordinatim applicatæ in parabola erunt minores ſingulis ordinatim applicatis in hyperbola. Quare patet propoſitum.

PROPOSITIO II.

Si quatuor magnitudinum sit prima, ad secundam, vt tertia, ad quartam; sitque ablata pars primæ ad ablatam partem secundæ, vt ablata pars tertiæ ad ablatam partem quartæ; et sint partes primæ proportionales partibus secundæ. Erit reliqua pars primæ ad reliquam partem secundæ, vt reliqua pars tertiæ ad reliquam partem quartæ.



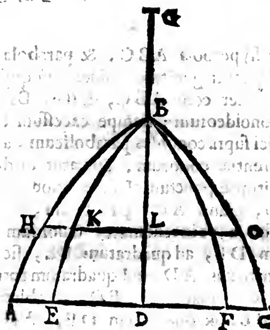
SIT vt prima AB, ad secundam CD, sic tertia EF, ad quartam GH; sitque kB, ad LD, vt MF, ad NH: pariter sit vt Ak, ad kB, sic EM, ad MF. Dico etiam AK, esse ad CL, vt EM, ad GN. Quoniam ex hypothesi componendo, est AB, ad Bk, vt EF, ad FM; & vt kB, ad LD, sic MF, ad NH; ergo ex æquali, vt AB, ad LD, sic EF, ad NH. At pariter est vt AB, ad totam CD, sic EF, ad totam GH. Ergo & AB, erit ad reliquam CL, vt EF, ad reliquam GN. Rursum, quoniam conuertendo, est BK, ad kA, vt FM, ad ME. Ergo componendo, & conuertendo, erit Ak, ad AB, vt EM, ad EF. Erat autem vt AB, ad CL, sic EF, ad GN.

GN. Ergo ex æquali, erit Ak, ad CL, vt EM, ad GN. Quod &c.

PROPOSITIO III.

Factis iisdem quæ in prima proposit. excessus quadratorum ordinatim applicatarum in hyperbola supra quadrata ordinatim applicatarum in parabola, erunt ad inuicem, vt quadrata partium diametri interceptarum inter ipsas, & verticem figurarum.

IN eodem schemate, sint ordinatim applicatæ ad diametrum AEDC, HKLO. Dico excessum quadrati AD, supra quadratum ED, esse ad excessum quadrati HL, supra quadratum kL, vt quadratum DB, ad quadratum BL. Quoniam enim quadratum totum AD, est ad totum quadratum HL, vt totum rectangulum GDB, ad totum rectangulum GLB: & ablatum quadratum ED, probatum est esse ad ablatum quadratum KL, vt ablatum rectangulum DBG, ad ablatum rectangulum LBG: estque ablatum quadratum DE, ad reliquum rectangulum AEC, vt ablatum quadratum Lk, ad ablatum rectangulum HkO (quia cum ex hypothesi, sit quadratum AD, ad quadratum DE, vt DG, ad GB; nempe vt rectangulum GDB, ad rectangulum GBD; erit diuidendo, & conuertendo, quadratum DE, ad rectangulum AEC, vt rectangulum



lum GBD, ad quadratum BD). Ergo ex proposit. anteced. erit & vt reliquum rectangulum AEC, ad reliquum rectangulum HkO, vt reliquum quadratum DB, ad reliquum quadratum BL. Quod &c.

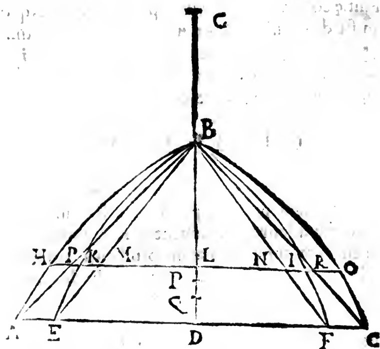
PROPOSITIO IV.

Si ex figuris antecedentium propositionum intelligantur generari conoidea, in quibus inscribentur coni super ijsdem basibus, & circa eandem diametrum. Differentia conoideorum tam secundum totum, quam secundum

partes

partes proportionales, erit æqualis differentiæ conorum.

SEd ex hyperbola ABC, & parabola EBF, intelligantur genita conoidea, in quibus sint inscripti pariter coni ABC, EBF. Dico differentiam conoideorum, nempe excessum conoidis hyperbolici supra conoides parabolicum, æqualem fore differentiæ conorum. Sumatur in diametro BD, arbitrariè punctum L, per quod agatur planum HO, plano AC, parallelum, secans omnia dicta solida, vt in schemate. Quoniam enim vt quadratum DB, ad quadratum BL, sic est tam quadratum totius AD, ad quadratum totius PL, quam ablatum quadratum ED, ad ablatum quadratum ML: & quadratum DE, est ad rectangulum AEC, vt quadratum LM, ad rectangulum PMR, (quia proportiones horum quadratorum ad hæc rectangula componuntur ex ijsdem proportionibus, vt facile quilibet modicè in geometria expertus potest agnoscere). Ergo ex propos. 2. erit vt quadratum DB, ad quadratum BL, sic rectangulum AEC, ad rectangulum PMR. Sed etiam ex proposit. antec. est vt quadratum DB, ad quadratum BL, sic rectangulum AEC, ad rectangulum HkO. Ergo vt rectangulum AEC, ad rectangulum PMR, sic idem rectangulum AEC, ad rectangulum HkO. Ergo rectangulum PMR, erit æquale rectangulo HkO. Quare etiam armilla circu-



circularis PMR, erit æqualis armillæ circulari HkO. Cum verò punctum L, sumptum sit arbitrariè, sequitur omnes armillas differentiæ conorum, æquales esse omnibus armillis differentiæ conoideorum. Ergo & differentia conorum erit æqualis differentiæ conoideorum.

Sicuti autem probatum est totas illas differentias æquales esse, sic probari potest quaslibet ipsarum partes proportionales item fore æquales. v. g. si intelligatur ductum planum HO, probari potest eodem modo, partem differentiæ conoideorum con-

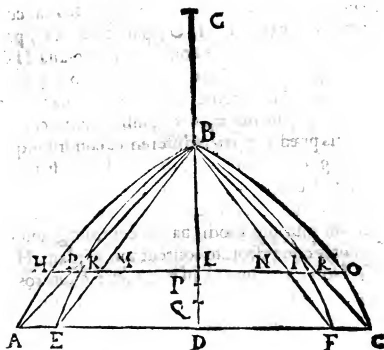
tentam inter plana HO, AC, æqualem esse parti differentię conorum inter easdem plana contentæ; quod cum sit de sè euidens, omittitur. Patet ergo differentias conoideorum & conorum, æquales esse inter se, tam secundum totum, quam secundum partes proportionales. Quod &c.

SCHOLIVM I.

Non turbetur autem lector videns præsentem propositionem probari per indiuisibilium methodum, imo admiretur excellentiam, & vniuersalitatem illius methodi veritatem prodientis etiam illis modis, quibus nequit manifestari methodo antiquorũm. Nam in superiori constructione nescimus an methodus antiquorum possit adhiberi, quia in differentijs prædictis nequeunt inscribi cylindri. Quid ergo? Conclusio demonstrata falsa erit, quia per indiuisibilia fuit roborata? Nequaquam. Nam etiam eadem conclusio probari potest methodo antiquorum, sed alia præparatione adhibita, vt patebit suo loco.

SCHOLIVM II.

Sed antequam nos expediamus à præsenti propositione, opere pretium ducimus manifestare eas notitias, quas ex ipsa, & ex dictis in nostro lib. 4. de infinitis parabolis possumus eruere. Cum enim excessus



cessus sæpe dicti sint æquales inter se tam secundum totum, quam secundum partes proportionales, sequitur consequenter iuxta doctrinam præcit. 4. lib. esse quantitates proportionaliter analogas tam secundum magnitudinem, quam secundum grauitatem. Quare ex proposit. 13. eiusdem libri, centra grauitatis horum excessuum secabunt BD, eodem pacto. Cum ergo centrum grauitatis differentiæ conorum, quod sit v. g. L, sic secet BD, vt BL, sit tripla LD (nam idem est centrum grauitatis excessus prædicti, & conorum ABC, EBF). Ergo

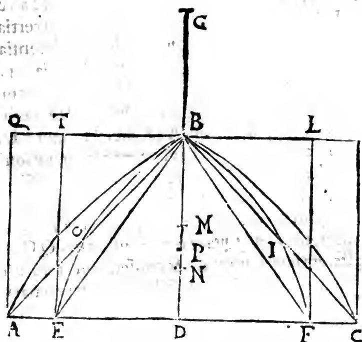
 etiam

etiam centrum grauitatis differẽtiæ conoideorum sic secabit B D, in L, vt BL, sit tripla LD. Imo cum traiecto quolibet plano H O, parallelo A C, pars differentiæ conoideorum contenta inter plana H O, A C, sit proportionaliter analoga cum parte differentiæ conorum contenta inter eadem plana; & cum in illo lib. 4. pluribus modis sit assignatum centrum grauitatis prædictæ partis differentiæ conorum, quia centrum grauitatis illius sic diuidit L D, sicuti ipsam diuidit centrum grauitatis frustorum conorum E M N F, A P R C, vt consideranti patebit: sequitur etiam pluribus modis haberi centrum grauitatis differentiæ conoideorum contentæ inter plana H O, A C. Notetur etiam nos in hoc opere citaturos esse antecedentia huius operis, & propos. librorum nostrorum de infinitis parabolis. Dum ergo citabimus propos. huius operis, dicemus, ex tali proposit. vel ex schol. talis proposit. Dum vero citabimus libros de infinitis parabolis, dicemus ex prop. tali libri talis. v. g. ex propos. 4. lib. 3. intelligendo semper nostri operis.

PROPOSITIO V.

Cylindrus circumscriptus conoidi hyperbolico est ad ipsum, vt composita ex axi, seu diametro, & ex latere transuerso conoidis, ad dimidium lateris transuersi, vna cum tertia parte axis, seu diametri.

Intel-

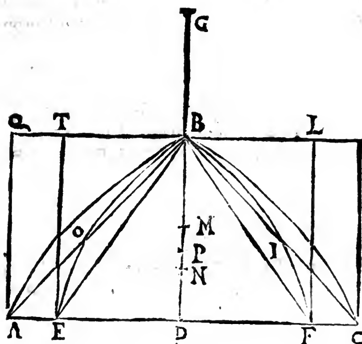


INtelligantur omnia ſolida antecedentis propoſit. & ipſis conoidibus ſint circumſcripti cylindri QC, TF. Quoniam conoides hyperbolicum conſtat ex differentia conoideorum, & ex conoide parabolico; & differentia conoideorum eſt æqualis differentiæ conorum; ergo ratio cylindri QC, ad conoides ABC, erit eadem cum ratione eiuſdem cylindri ad differentiam conorum, & ad conoides parabolicum EBF. At ratio cylindri QC, ad differentiam conorum eſt eadem cum ratione quadrati AD, ad tertiam partem rectanguli AEC, vt conſideranti patebit; quia cum ſit ad conum ABC, vt

qua-

quadratum A D, ad tertiam partem sui; & ad conum EBF, vt idem quadratum A D, ad tertiam partem quadrati E D; sequitur esse ad differentiam conorum vt idem quadratum A D, ad tertiam partem differentiæ quadratorum A D, D E; nempe ad tertiam partem rectanguli A E C. Cum verò ex hypothesi, sit quadratum A D, ad quadratum E D, vt D G, ad G B; ergo per conuersionem rationis, erit quadratum A D, ad rectangulum A E C, vt G D, ad D B. Et quadratum A D, erit ad tertiam partem rectanguli A E C, vt G D, ad tertiam partem D B. Quare etiam cylindrus Q C, erit ad differentiam conorum, & consequenter ad differentiam conoideorum, vt G D, ad tertiam partem D B. Pariter ratio cylindri Q C, ad conoides E B F, est eadem cum ratione quadrati A D, ad dimidium quadrati E D. Quia cum sit ad cylindrum T F, vt quadratum A D, ad quadratum E D; & cum conoides E B F, sit dimidium cylindri T F, vt sæpe probatum est in nostris lib. de infinit. parab. Ergo cylindrus Q C, erit ad conoides E B F, vt quadratum A D, ad dimidium quadrati E D; nempe ex hypothesi, vt D G, ad dimidiam G B. Ergo colligendo consequentia, erit cylindrus Q C, ad conoides, & ad differentiam conoideorum, nempe ad conoides hyperbolicum A B C, vt G D, ad dimidiam G B, cum tertia parte B D. Quod erat ostendendum.

PRO-



PROPOSITIO VI.

In solidis sæpe dictis, excessus conoidis hyperbolici supra conum sibi inscriptum est æqualis excessui conoidis parabolici illi inscripti supra conum illi inscriptum, tam secundum totum, quam secundum partes proportionales.

QVantum ad totos excessus sic patebit. Cum enim ex proposit. 4. excessus conoideorum sit æqualis excessui conorum, si communis auferatur illa pars, quæ generatur ex reuolutione trilinei mixti AOE,

AOE, & communis addatur pars genita ex figura contenta à recta, & curua OB, patebit propositum.

Quantum verò ad partes proportionales, non erit dissimilis demonstratio ab antecedenti, addendo, & auferendo partes communes secundum quod planum secans parallelum plano AC, transit vel per puncta O, I, vel suprà, vel infrà ipsa. Quare &c.

SCHOLIVM.

Ergo excessus prædicti conoideorum supra suos conos erunt quantitates proportionaliter analogæ, tam in magnitudine, quam in grauitate. Cum ergo excessus conoidis parabolici EBF, supra suum conum sit dimidium talis coni, quia conoides est sesquialterum coni. Ergo etiam excessus conoidis hyperbolici ABC, supra suum conum erit dimidium coni inscripti in conoide EBF. Quare cylindrus QC, qui est ad conum inscriptum in conoide parabolico, vt quadratum AD, ad tertiam partem quadrati ED, erit ad excessum conoidis ABC, supra conum ABC, vt idem quadratum AD, ad sextam partem quadrati DE. Quod notetur.

Item, quoniam excessus prædicti sunt magnitudines proportionaliter analogæ in grauitate. Ergo idem punctum in BD, erit centrum grauitatis cuiuslibet talium excessuum. Cum ergo punctum medium

Q T G B L

M O I P N

A E D F C

dium ipsius B D, sit centrum grauitatis excessus conoidis parabolici E B F, supra conum E B F; sequitur etiam centrum grauitatis excessus conoidis A B C, supra suum conum esse in medio ipsius B D.

Quod vero centrum grauitatis excessus conoidis parabolici E B F, supra suum conum sit medium punctum ipsius B D, patet. Quia P, centrum grauitatis conoidis diuidit B D, vt B P, sit ad P D, vt 2, ad 1, seù vt 8. ad 4. N, verò centrum grauitatis coni diuidit B D, sic, vt B N, sit ad N D, vt 3. ad 1. seù vt 9. ad 3. Ergo qualium

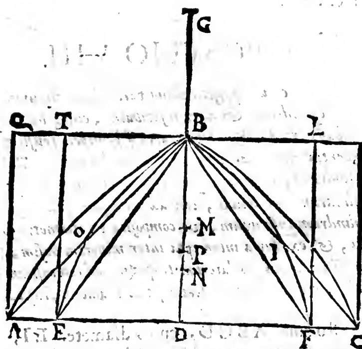
BD, est 12, talium PN, erit 1. Cum verò si fiat vt excessus conoidis supra conum ad conum, nempe vt 1, ad 2, sic reciprocè NP, ad PM, fit M, centrum grauitatis excessus prædicti. Sequitur qualium BD, erat 12, PN, 1, & BP, 8, talium PM, esse 2, & BM, 6. Quare patet propositum.

PROPOSITIO VII.

Cylindrus circumscriptus conoidi hyperbolico est ad ipsum, vt composita ex axi, seù diametro, & ex latere transuerso conoidis, ad dimidium lateris transuersi, vna cum tertia parte axis, seù diametri.

PRopositio ergo quinta probatur alio modo. Sint solida prædicta, &c. Dico cylindrum QC, esse ad conoides hyperbolicum ABC, vt GD, ad dimidiam GB, cum tertia parte DB. Cum enim conoides ABC, diuidatur in conum ABC, & in excessum ipsius supra ipsum; sequitur QC, cylindrum esse ad conoides ABC, vt est etiam ad conum ABC, & ad excessum conoidis supra conum. Cylindrus QC, est ad conum ABC, vt quadratum AD, ad sui tertiam partem: & ex schol. ant. est ad excessum conoidis ABC, supra suum conum vt quadratum AD, ad sextam partem quadrati DE. Ergo colligendo ambo consequentia, erit QC, ad conum, & ad excessum, nempe ad conoides ABC, vt quadratum AD, ad sui tertiam partem,

vna



vna cum sexta parte quadrati ED. Cum autem ex hypothesi, sit vt quadratum AD, ad quadratum DE, sic DG, ad GB; erit & vt quadratum AD, ad sui tertiam partem, cum sexta parte quadrati ED, sic GD, ad sui tertiam partem cum sexta parte GB. Ergo etiam cylindrus QC, erit ad conoides ABC, vt DG, ad sui tertiam partem (nempe ad tertiam partem ipsarum GB, BD) vna cum sexta parte GB. At tertia pars GB, vna cum sexta parte eiusdem facit dimidiam GB. Ergo QC, erit ad conoides hyperbolicum ABC, vt GD, ad

 dimi-

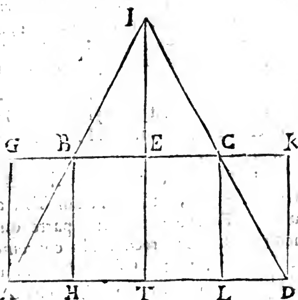
dimidiam GB, cum tertia parte BD. Quod erat ostendendum.

PROPOSITIO VIII.

Si frusto coni cuius opposita plana parallela, circumscribatur cylindrus, & alter inscribatur, cuius basis minor basis frusti, & latera trapezij genitoris frusti producantur vsque ad concursum cum diametro. Tubus cylindricus, qui est excessus cylindri circumscripti supra cylindrum inscriptum, erit ad excessum frusti supra cylindrum inscriptum, vt composita ex diametro frusti, & ex dupla intercepta inter minorem basim, & punctum concursus laterum trapezij, ad compositam ex tali intercepta, & ex tertia parte diametri frusti.

FRusto coni ABCD, cuius diameter ET, & opposita plana parallela ad inuicem sint BC, AD, circumscribatur cylindrus GD, & inscribatur HC; & latera AB, DC, producantur vsque dum occurrant, TE, productæ in I. Dico tubum cylindricum GHCD, esse ad excessum frusti ABCD, supra cylindrum BL, nempe ad solidum genitum ex triangulo ABH, reuoluto circa ET, vt composita ex TE, & ex dupla IE, ad IE, vna cum tertia parte TE. Cum enim cylindrus GD, sit ad cylindrum BL, vt quadratum AT, ad quadratum TH, seu BE; nempe vt quadratum TI, ad quadratum IE. Ergo & per conuersione rationis,

nis,



nis, erit GD, ad tubum GHCD, vt quadratum IT, ad excessum ipsius supra quadratum IE; nempe ad duplum rectangulum IET, cum quadrato TE; nempe ad rectangulum sub composita ex dupla IE, & ET, & sub ET. Quare & conuertendo, erit tubus GHK, ad GD, vt prædictum rectangulum ad quadratum IT. Cylindrus GD, est ex dictis in schol. 2. proposit. 15. lib. 2. ad frustum ABCD, vt tripla TI, ad TI, IE, & harum tertiam minorem proportionalem; nempe ducendo has in IT, vt triplum quadratum IT, ad quadratum IT, rectangulum TIE, & rectangulum sub TI, &

sub

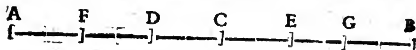
ſub tertia proportionali (quod rectangulum eſt æquale quadrato IE): nempe ſubtriplando terminos, eſt GD, ad ABCD, vt quadratum TI, ad tertiam partem quadratorum TI, IE, & rectanguli TIE, quæ tertia pars eſt æqualis quadrato IE, rectangulo IET, & tertiæ parti quadrati TE. At idem cylindrus GD, eſt ad cylindrum BL, vt quadratum AT, ad quadratum HT, ſeù BE; hoc eſt vt quadratum TI, ad quadratum IE. Ergo idem cylindrus GD, erit ad exceſſum fruſti ABCD, ſupra cylindrum BL, vt quadratum TI, ad rectangulum IET, vna cum tertia parte quadrati TE; nempe vna cum rectangulo contento ſub TE, & ſub tertia parte TE. Aſt erat ſupra tubus GHK, ad cylindrum GD, vt rectangulum ſub compoſita ex dupla IE, & ex ET, & ſub TE, ad quadratum IT. Ergo ex æquali, erit tubus GHk, ad exceſſum fruſti ABCD, ſupra cylindrum BL, vt prædictum rectangulum, ad rectangulum IET, vna cum rectangulo ſub TE, & ſub tertia parte ET. Quæ duo rectangula cum ſint idem ac rectangulum ſub compoſita ex IE, & ex tertia parte ET, & ſub TE. Sequitur GHk, eſſe ad exceſſum prædictum, vt rectangulum ſub compoſita ex dupla IE, & ex ET, & ſub ET, ad rectangulum ſub eadem ET, & ſub compoſita ex IE, & ex tertia parte ET; nempe propter commune latus ET, vt compoſita ex dupla IE, & ex ET, ad IE, cum tertia parte ET. Quod erat oſtendendum.

PRO-

PROPOSITIO IX.

Si recta AB, sit secta bifariam in C, & in D, E, æque remotè à C, & pariter in F, G, æque remotè à C; sitque rectangulum AFB, æquale quadrato DC. Erit etiam rectangulum ADB, æquale quadrato FC.

CVm enim rectangulum AFB, diuidatur in rectangulum sub AF, in DB, & in rectangulum AFD, nempe in rectangulum sub FD, in GB. Ergo rectangula AF, DB; FD, GB, erunt æqualia quadrato DC. Quare addito communi rectangulo FDG. Ergo rectangula AF, DB; FD, GB;



FDG, erunt æqualia quadrato DC, & rectangulo FDG; nempe quadrato FC. At rectangula FDG, & FD, GB, faciunt rectangulum FDB. Quod cum rectangulo AF, DB, facit rectangulum ADB. Quare etiam rectangulum ADB, erit æquale quadrato FC. Quod &c.

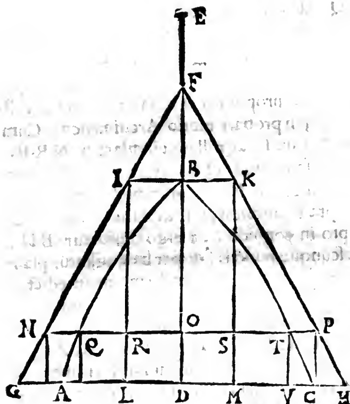
PROPOSITIO X.

Si conoides hyperbolicum includatur intra frustum conicum habens oppositas bases parallelas, & latera trapezij genitoris frusti sint partes asymptoton hyperbolæ genitricis

conoi-

conoidis; intraque frustum conicum, & supra minori basi ipsius inscribatur cylindrus. Erit excessus frusti conici supra cylindrum sibi inscriptum æqualis conoidi hyperbolico, tam secundum totum, quam secundum partes proportionales.

CONoides hyperbolicum ABC, cuius diameter DB, latus transuersum EB, centrum F, asymptoti hyperbolæ genitricis FG, FH, intelligatur inclusum intra frustum conicum GIKH, cuius opposita plana parallela sint Ik, GH, & in ipso sit inscriptus cylindrus IM. Dico excessum frusti GIkH, supra cylindrum IM, æqualem esse conoidi ABC, tam secundum totum, quam secundum partes proportionales. Sumatur enim in diametro arbitrariè punctum O, per quod agatur planum NOP, GH, parallelum, secans omnia solida, vt in schemate. Quoniam enim quadratum NO, est æquale tam rectangulo NQP, cum quadrato QO, quam rectangulo NRP, cum quadrato RO. Ergò rectangulum NQP, cum quadrato QO, erit æquale rectangulo NRP, cum quadrato RO. At ex 2. conic. proposit. 10. rectangulum NQP, est æquale quadrato IB, seù quadrato RO. Ergo reliquum rectangulum NRP, erit æquale quadrato QO. Quare etiam armilla circularis NRP, erit æqualis circulo QT. Punctum autem O, sumptum est arbitrariè; ergo omnes Armillæ genitæ ex reuolutione trianguli GIL, circa BD, erunt æquales omni-



omnibus circulis conoidis A B C, A C, parallelis. Ergo & solidum genitum ex triangulo, nempe excessus frusti G I K H, supra cylindrum I M, erit æqualis ipsi conoidi A B C. Quod verò ostensum est de totis istis solidis, probaretur etiam de partibus proportionalibus; quia eodem modo probaretur v. g. partem excessus contentam inter plana N P, G H, æqualem esse frusto hyperbolico A Q T C. Quare patet prædicta solida æqualia esse tam secun-

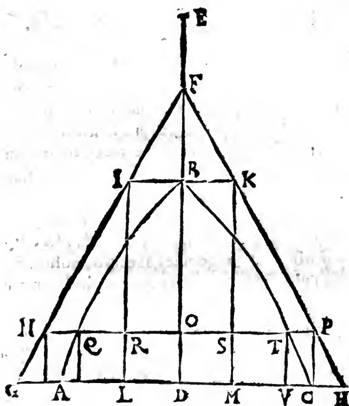
dum totum, quam secundum partes proportionales. Quod &c.

SCHOLIVM I.

Licet hæc propositio ostensa sit per indiuisibilia, potest tamen probari modo Archimedeo. Cum enim probatum sit armillam circularem NRP, æqualem esse circulo QT, etiam (si inscribantur) tubus cylindricus NLP, inscriptus in excessu frusti coni supra cylindrum, erit æqualis cylindro QV, inscripto in conoide. Si ergo diuidatur BD, in quibuscunque punctis, & per hæc agantur plana vt supra, & fiant tubi, & cylindri modo antedicto, facile patebit omnes tubos cylindricos inscriptos in excessu frusti coni supra cylindrum, æquales fore omnibus cylindris in conoide inscriptis. Quare si hæc diuisio fiat per continuam bisectionem DB, partiumque eiusdem; quia tam in excessu frusti supra cylindrum, quam in conoide inscribemus solida ab ipsis deficientibus defectu minori quacunque data magnitudine; tandem concludemus excessum prædictum, & conoides esse magnitudines æquales. Hæc autem viris Euclideis, Archimedeisque sunt nimis obuia.

SCHOLIVM II.

Potest ergo consequenter ad superius sæpe dicta, deduci



deduci ex his, excessum prædictum, & conoides hyperbolicum, esse quantitates proportionaliter analogas tam in magnitudine, quam in grauitate, tam secundum totum, quam secundum partes proportionales. Vnde si aliquo pacto inuenietur centrum grauitatis, vel totius excessus prædicti, vel partis eius in B D; idem erit centrum grauitatis conoidis hyperbolici A B C, vel segmenti eiusdem, &c. Idem intelligatur è contra.

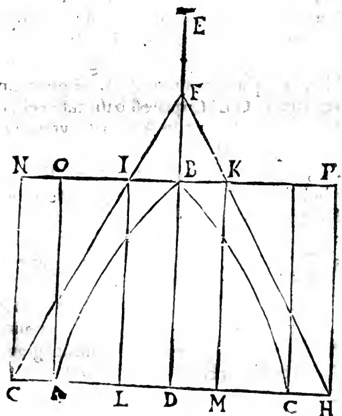
SCHOLIVM III.

Galileus in postremis dialogis pag. apud nos, 28, ostendit paradoxum quodam; nimirum, circuli circumferentiam æqualem esse puncto. Vt hoc ostendat vtitur excessu cylindri supra hemisphærium, & cono, vt ibidem potest conspici. Sed sicuti vsus fuit excessu cylindri supra hemisphærium, sic etiam poterat vti excessu cylindri supra hemisphæroides; eadem enim fuisset demonstratio. Paradoxum Galilei ostendimus & nos in appendice nostri libelli sexaginta problematum geometricorum, adhibendo excessum cylindri supra conoides parabolicum, & ipsum conoides. Hoc idem paradoxum facile ex præsenti proposit. patebit confirmari posse, adhibendo excessum prædictum frusti coni GLKH, supra cylindrum IM, & conoides hyperbolicum ABC. Probatum est enim, vbicunque traiciatur planum NP, plano GH, parallelum, semper armillam NRP, æqualem esse circulo QT; sicuti quamlibet partem excessus æqualem esse proportionali parti conoidis. Cum ergo excessus prædictus desinat in circumferentia circuli cuius diameter Ik, sicuti conoides desinit in puncto B; videtur ergo colligi circumferentiam æqualem esse vertici B.

PRO-

PROPOSITIO XI.

Cylindrus circumſcriptus conoidi hyperbolico eſt ad ipſum, vt compoſita ex axi, ſeù diametro, & ex latere tranſuerſo conoidis, ad dimidium lateris tranſuerſi, vna cum tertia parte axis, ſeù diametri.



COnoidi hyperbolico ABC, cuius diameter DB, latus tranſuerſum EB, ſit circumſcri-

ptus

ptus cylindrus O C. Dico hunc esse ad illud vt ED, ad dimidiam EB, cum tertia parte BD. Sit F, centrum hyperbolæ genitricis, & FG, FH, sint eius asymptoti, & per B, sit ducta IB, parallela GD; intelligamusque ex reuolutione trapezij GIBD, circa BD, genitum esse frustum conicum GIKH, cui sit circumscriptus cylindrus NH, & inscriptus IM. Quoniam linea GH, diuisa est secundum conditiones proposit. 9. nam ex proposit. 10. 2. conic. rectangulum GAH, est æquale quadrato IB, seu quadrato LD. Ergo rectangulum GLH, erit æquale quadrato AD. Ergo etiam armilla circularis GLH, quæ est basis tubi cylindrici NLP, erit æqualis circulo AC, basi cylindri OC. Cum ergo ex proposit. anteced. excessus frusti coni GIkH, supra cylindrum IM, sit æqualis conoidi hyperbolico ABC. Ergo tubus cylindricus NLP, ad illum excessum, & cylindrus OC, ad conoides erunt in eadem ratione. At ex proposit. 8. tubus est ad excessum vt ED, ad FB, cum tertia parte DB. Quare patet propositum.

Ostensa ergo proportione cylindri circumscripti conoidi hyperbolico ad ipsum, facile docebimus in qua linea diametro parallela sit centrum grauitatis semihyperbolæ. Sit ergo.

PRO-

PROPOSITIO XII.

Si fiat vt semihyperbola ad dimidium parallelogrammi sibi circumscripti, sic composita ex semilatere transuerso hyperbolæ, & ex tertia parte axis eiusdem, ad aliam: deinde fiat vt composita ex latere transuerso & ex axi, ad inuentam, sic basis semihyperbolæ ad sui partem abscindendam incipiendo ab axi. Centrum grauitatis semihyperbolæ erit in linea per punctum ducta axi parallela.

ESto hyperbola ABC, cuius axis BE; centrum G; latus transuersum FB; parallelogrammum ei circumscriptum sit DC; sitque BH, tertia pars BE; & fiat vt ABE, ad dimidium DE, sic GH, ad Ek; & pariter fiat vt FE, ad Ek, sic AE, ad EL; ac per L, ducatur LM, parallela BE. Dico in ML, esse centrum grauitatis semihyperbolæ ABE. Intelligamus DE, cum semihyperbola ABE, rotari circa BE. Quoniam ex proposit. 5. 7. & 11. cylindrus DC, est ad conoides ABC, vt FE, ad GH; & ratio FE, ad GH (de foris sumpta Ek) componitur ex rationibus FE, ad Ek, & huius ad GH. Ergo etiam ratio cylindri ad conoides componetur ex ijsdem rationibus. Sed ex schol. 1. proposit. 3. lib. 3. ratio cylindri ad conoides componitur etiam ex ratione dimidij DE, ad ABE, & ex ratione AE, ad interceptam inter EB, & centrum æquilibrij ABE, seù grauitatis duplicatæ ABE,

ad

F
G
D B
M
H
K
A L E C

ad partes A E; & ſupra factum eſt conuertendo, vt dimidium D E, ad A B E, ſic k E, ad G H. Ergo rationes F E, ad E k, & E k, ad G H, æquales erunt rationibus E k, ad G H, & A E, ad prædictam interceptam. Ergo ſi auferatur communis ratio k E, ad G H; F E, ad E k, erit vt A E, ad illam interceptam. Sed ex conſtructione, vt F E, ad E k, ſic A E, ad E L. Ergo L, erit centrum æquilibrij ſemihyperbolæ. Et conſequenter in L M, erit centrum grauitatis ſemihyperbolæ. Quod &c.

SCHO-

SCHOLIVM.

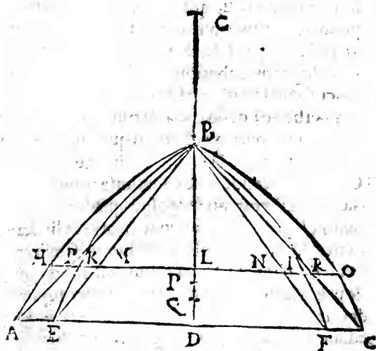
Tria autem, quæ collecta sunt in quamplurimis propositionibus lib.3. colligentur etiam nunc. Nam primò, tam super DE, quam supra ABE, intellectis cylindricis rectis æquealtis resectis diagonaliter plano transeunte per EB, & per latus oppositum ipsi DA, colligentur cubationes amborum truncorum cylindrici super semihyperbola existentis, cum hac tamen diuersitate; quod cubatio trunci sinistri dabitur semota hyperbolæ quadratura; quia sine tali quadratura datur ratio DC, cylindri ad conoides ABC; secùs dicendum de cubatione trunci dexteri, quæ non habetur nisi supposita quadratura. Secundum est (quadratura supposita) ratio cylindri ex DE, circa DA, ad annulum strictum ex semihyperbola ABE, circa DA. Tertium est ratio conoidis, & prædicti solidi ad inuicem, pariter supposita quadratura.

Sed antequam vlterius progrediamur, sicuti pluribus modis patefacta est ratio cylindri circumscripti ad conoides, sic non erit inutile assignare centrum grauitatis conoidis. Sit ergo.

PROPOSITIO XIII.

Centrum grauitatis conoidis hyperbolici sic diuidit duodecimam partem diametri eiusdem ordine quartam à basi, vt

si, vt pars propinquior basi, sit ad reliquam, vt dimidium lateris transuersi conoidis, ad tertiam partem suæ diametri.



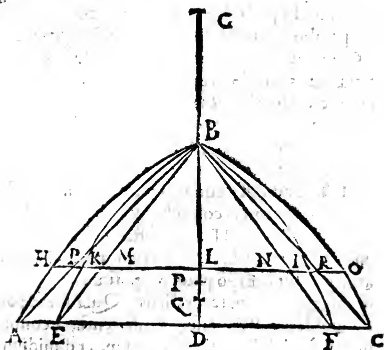
ESto conoides hyperbolicum quodcunque ABC, cuius axis, seù diameter BD, sic secetur in L, vt BL, sit dupla LD, & sic in Q, vt BQ, sit tripla QD. Ergo sic LQ, erit duodecima pars totius BD, & ordine quarta incipiendo à D. Sit GB, latus transuersum conoidis, & LQ, sic sece-

fecetur in P, vt QP, fit ad PL, vt dimidia GB, ad tertiam partem BD. Dico P, esse centrum grauitatis conoidis hyperbolici ABC. Inscribantur conoides parabolicum EBF, & coni, vt factum est supra. Quoniam ex schol. 2. proposit. 4. Q, est centrum grauitatis tam differentiæ conorum, quam differentiæ conoideorum, & vt ostenditur à multis, & etiam à nobis lib. 4. proposit. 14, L, est centrum grauitatis conoidis parabolici EBF; ergo si LQ, sic diuidatur in P, vt sit reciprocè QP, ad PL, vt conoides EBF, ad differentiam conoideorum, erit P, centrũ grauitatis totius conoidis hyperbolici ABC. Sed vt conoides EBF, ad differentiam conoideorum, sic dimidia GB, ad tertiam partem DB, vt statim patebit. Ergo patet propositum.

Assumptum vero patet ex dictis. Quia facile patebit conoides EBF, esse ad differentiam conoideorum, seù ad differentiam conorum, vt dimidium quadrati DE, ad tertiam partem rectanguli AEC. Sed cum ex data hypothesi, sit diuidendo, & conuertendo, quadratum DE, ad rectangulum AEC, vt GB, ad BD. Erit & vt dimidium quadrati DE, ad tertiam partem rectanguli AEC, sic dimidia GB, ad tertiam partem BD.

SCHOLIVM.

Si quis verò scire cupiat, in qua proportione secetur tota BD, à centro grauitatis P, hoc tali discur-



ſu obtinebit. Quoniam enim conuertendo L P, eſt ad P Q, vt tertia pars B D, ad dimidiam G B; ergo cum B L, ſit octupla L Q, B P, erit ad P Q, vt 9. tertiæ partes B D (nempe vt tripla B D) cum 8. dimidijs G B (nempe cum quadrupla G B) ad dimidiam G B. Pariter cum D Q, ſit tripla Q L; erit P Q, ad P D, vt dimidia G B, ad quadruplam dimidiæ G B (nempe ad duplam G B) vna cum tribus tertijs partibus B D (nempe cum B D). Ergo ex æquali, erit B P, ad P D, vt quadrupla G B,

vna

vna cum tripla BD, ad duplam GB, cum BD. Et subquadruplando terminos, erit BP, ad PD, vt GB, cum subsesquitertia BD, ad dimidiam GB, cum quarta parte BD.

PROPOSITIO XIV.

Centrum grauitatis conoidis hyperbolici sic diuidit quartam partem diametri eiusdem ordine secundam à basi, vt pars propinquior basi sit ad reliquam, vt sexta pars lateris transuersi, ad tertiam partem compositæ ex latere transuerso, & ex diametro.

SEd in schem. anteced. supponat prudens geometra diametrum BD, secari bifariam in L, & LD, bifariam in Q; deinde LQ, sic secari in P, vt QP, sit ad PL, vt sexta pars GB, ad tertiam partem GD. Dico P, esse centrum grauitatis conoidis ABC. Cum enim Q, sit centrum grauitatis coni ABC, & ex schol. proposit. 6. L, sit centrum excessus conoidis supra conum; & cum sit QP, ad PL, vt sexta pars GB, ad tertiam partem GD, nempe ex hypothesi, vt sexta pars quadrati DF, ad tertiam partem quadrati AD; nempe ex schol. cit. vt excessus conoidis supra conum ad ipsum conum. Ergo ex Archimede in æqueponderantibus, erit P, centrum grauitatis totius conoidis.

SCHO-

SCHOLIVM.

Modus præsens assignandi centrum grauitatis conuenit cum antecedenti, vt attentè consideranti patebit. Esset etiam alius modus inueniendi talem centrum grauitatis, inuento prius centro grauitatis excessus frusti conici supra cylindrum sibi inscriptum. Ex schol. enim 3. proposit. 10. patet talem excessum, & conoides hyperbolicum, esse quantitates proportionaliter analogas. Centrum verò grauitatis prædicti excessus facile habebitur. Nam ex dictis in lib. 4. totius frusti coni habetur pluribus modis centrum grauitatis. Sed habetur etiam centrum grauitatis cylindri in frusto inscripti; habeturque ratio talis cylindri ad excessum frusti supra ipsum. Quare centrum prædicti excessus non ignorabitur. Vice versa tamen, modi reperiendi centrum grauitatis conoidis assignati in duabus proposit. anteced. quadrabunt etiam prædicto excessui.

Sed sicuti in superioribus docuimus in qua linea diametro parallela sit centrum grauitatis semihyperbolæ, sic videtur conueniens docere in qua linea diametro parallela sit centrum grauitatis segmenti semihyperbolæ contenti inter duas lineas basi parallelas. Sed cum inuentioni talis lineæ præmissa sit ratio cylindri circumscripti conoidi ad ipsum conoides, sic in præsentiarum anteponenda videtur ratio cylindri circumscripti segmento conoidis hyper-

bolici

bolici contento inter duo plana basi parallela, ad ipsum.

PROPOSITIO XV.

Si segmento conoidis hyperbolici resecti plano basi parallelo, sit circumscriptus cylindrus. Erit hic ad ipsum segmentum, vt rectangulum sub composita ex latere transuerso, & ex diametro conoidis, & sub diametro, ad rectangulum sub eadem composita, & sub diametro conoidis ad verticem, vna cum rectangulo sub composita ex dimidio lateris transuersi, & ex tertia parte diametri frusti, & sub eadem tertia parte.

Conoides hyperbolicum cuius basis A C, vertex B, diameter D B, latus transuersum G B, intelligatur sectum plano H K I, A C, parallelo, & ipsi sit circumscriptus cylindrus L C. Dico hunc esse ad segmentum conoidis, vt rectangulum G D B, ad rectangulum sub G D, in B k, vna cum rectangulo sub composita ex dimidia G B, & tertia parte D k, & sub tertia parte D k.

Segmento A H I C, intelligatur inscriptum segmentum E N O F, conoidis parabolici cuius vertex B, conditionis supra sæpe expositæ; & in talibus segmentis intelligantur segmenta conorum inscriptorum in integris conoidibus, quæ sint A P Q C, E R S F. Quoniam frustum A H I C, constat ex frusto parabolico, & ex differentia frustorum conoi-

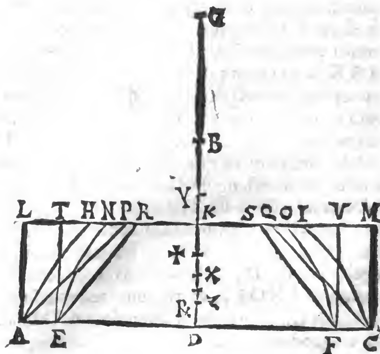
dco-

deorum ; & ex proposit. 4, differentia frustorum conoideorum est æqualis differentiæ conorum ; ergo LC, erit ad frustum AHIC, vt est ad frustum parabolicum, vna cum differentia frustorum conorum. Hanc verò rationem sic venabimur. Cylindrus LC, ad frustum parabolicum ENOF, habet rationem compositam ex ratione cylindri LC, ad cylindrum TF, tali frusto parabolico circumscriptum, & huius ad ipsum frustum: LC, ad TF, est vt quadratum AD, ad quadratum ED; nempe ex hypothesi, vt DG, ad GB. Cum autem ex pro-

proposit. 3. lib. 4. sit T F, ad E N O F, vt parallelogrammum T F, ad trapezium E R S F; & cum ex proposit. 8. & 9. lib. prim. sit T F, parallelogrammum ad trapezium E R S F, vt dupla E D, ad ED, cum R K, vel vt dupla D B, ad D B, cum Bk; sequitur cylindrum L C, ad segmentum parabolicum E N O F, habere rationem compositam ex ratione D G, ad G B, & ex ratione duplæ D B, ad D B, cum B k. Sed ex dictis rationibus componitur quoque ratio dupli rectanguli G D B, ad rectangulum G B D, cum rectangulo G B k. Et vt duplum rectangulum G D B, ad prædicta consequentia, sic triplum rectangulum G D B, ad sesquialterum rectangulorum G B D, G B k. Ergo L C, erit ad segmentum E N O F, vt triplum rectangulum G D B, ad sesquialterum rectangulorum G B D; G B k. Quod seruetur.

Ex proposit. 14, & 15, lib. 2. habemus tam totum cylindrum L C, quam ablatum T F, esse illum ad frustum conicum A P Q C, hunc verò ad frustum conicum E R S F, vt tripla D B, ad D B, B R, & harum tertiam minorem continuè proportionalem. Ergo & reliquum ad reliquum erit vt totum ad totum: nempe tubus cylindricus L E M, erit ad differentiam frustorum conorum, vt tripla D B, ad D B, B k, & illam tertiam proportionalem. Tunc argumentetur sic. Ratio cylindri L C, ad differentiam segmentorum conorum componitur ex ratione L C, ad tubum L E M, & huius ad differentiam segmen-

 torum

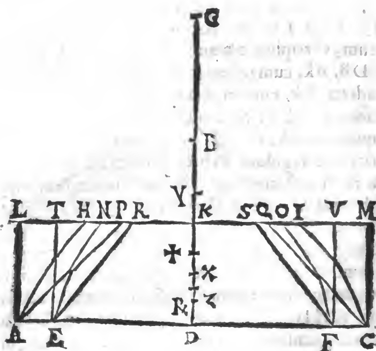


torum conorum: at L C, ad tubum eſt vt quadratum A D, ad rectangulum A E C, nempe ex hypotheſi ſuppoſita per conuerſionem rationis, vt G D, ad D B: tubus autem eſt ad differentiam fruſtorum conorum vt tripla D B, ad D B, B k, & illam tertiam proportionalem. Ergo ratio L C, ad differentiam ſegmentorum conorum componetur quoque ex rationibus G D, ad D B, & triplæ D B, ad D B, B K, & illam tertiam proportionalem. Sed ex dictis rationibus componitur etiam ratio tripli rectanguli G D B, ad quadratum D B, rectangulum

D B k,

DBk, & rectangulum sub DB, & sub illa tertia proportionali (quod est æquale quadrato mediæ Bk). Ergo LC, erit ad differentiam frustorum conorum, vt triplum rectangulum GDB, ad quadrata DB, Bk, cum rectangulo DBK; nempe ad tria quadrata Bk, cum triplo rectangulo BkD, & cum quadrato Dk (, quia quadratum DB, diuiditur in quadrata Bk, kD, & in duo rectangula BkD; & pariter rectangulum DBk, diuiditur in quadratum Bk, & in rectangulum BkD). Cum autem supra probatum sit, esse LC, ad frustum ENOF, vt idem triplum rectangulum GDB, ad sesquialterum rectangulorum GBD, GBk. Ergo colligendo ambo consequentia, erit LC, ad frustum, & ad differentiam frustorum conorum simul, nempe ad frustum AHIC, vt triplum rectangulum GDB, ad triplum quadratum Bk, cum triplo rectangulo BkD, cum quadrato KD, & cum sesquialtero rectangulorum GBD, GBk. Ergo & vt horum planorum tertiæ partes: nempe LC, erit ad AHIC, vt rectangulum GDB, ad quadratum BK, cum rectangulo BkD, & cum tertia parte quadrati Dk, vna cum dimidio rectangulorum GBD, GBK. Cum verò dimidium rectanguli GBD, diuidatur in dimidium GBK, & in dimidium GB, KD. Ergo dimidium rectangulorum GBD, GBK, erit rectangulum GBk, cum dimidio rectanguli GB, KD. Si ergo simul iunxerimus rectangulum GBK, cum quadrato BK, & cum rectangulo BKD, habe-

 bimus



bimus rectangulum GD, BK. Pariter si simul iunxerimus rectangulum sub dimidia GB, & sub DK, cum tertia parte quadrati DK, nempe cum rectangulo sub DK, & sub tertia parte Dk, habebimus rectangulum sub composita ex dimidia GB, & ex tertia parte Dk, & sub DK. Ergo à primo ad vltimum concludimus, esse LC, ad frustum conoidis hyperbolici AHIC, vt rectangulum GDB, ad rectangulum GD, BK, cum rectangulo sub composita ex dimidia GB, & ex tertia parte Dk, & sub DK. Quod erat ostendendum.

SCHO-

SCHOLIVM.

Proportionem prædicti cylindri ad illud ſegmentum hyperbolicum, etiam duobus alijs modis, conſequenter ad ſuperius dicta, liceret colligere. Cum enim tale ſegmentum conſtet ex ſegmento coni ſibi inſcripto, & ex exceſſu ſupra ipſum; & cum talis exceſſus ſit æqualis exceſſui ſegmenti conoidis parabolici ſupra ſuum ſegmentum conicum; & cum ex dictis in ijs, quæ de infinitis parabolis conſcripſimus, facile liceat colligere rationem L C, & ad ſegmentum conicum A P Q C, & ad exceſſum ſegmenti conoidis parabolici E N O F, ſupra ſegmentum conicum E R S F: ſequitur facile etiam nos obtinere rationem L C, ad ſegmentum A H I C. Pariter ſi in ſchemat. propoſit. 10. tam ſegmento v. g. A Q T C, quam ſegmento exceſſus fruſti conici G N P H, ſupra cylindrum R M, mente concipiamus circumſcribi cylindros; patet ex dictis in eadem propoſitione, tubum cylindricum cuius baſis armilla circularis G L H, altitudo O D, æqualem eſſe cylindro circumſcripto ſegmento A Q T C. Pariterque patet exceſſum fruſti G N P H, ſupra cylindrum R M, æqualem eſſe ſegmento A Q T C. Cum ergo ex dictis in opere ſupra citato, faciliſſime poſſimus habere rationem prædicti tubi ad illum exceſſum ſupra cylindrum; faciliter etiam habebimus rationem cylindri circumſcripti ſegmento hyperbolico

lico AQTC, ad ipsum segmentum. Hæc non continent multum difficultatis, quapropter sufficiat ea lectoribus indicasse.

Sicuti sufficiat ex antecedentibus indicare modum reperiendi in quà linea parallela Dk, sit centrum grauitatis suppositi segmenti semihyperbolæ AHkD. Hoc autem reperietur ex dictis, si supponatur segmenti AHKD, quadratura, nempe ratio, quam habet ad ipsum parallelogrammum LD. Cum enim cylindrus LC, habeat ad segmentum conoidis AHIC, ex schol. pri. prop. 3. lib. 3. rationem compositam ex ratione dimidij parallelogrammi LD, ad segmentum AHkD, & ex ratione AD, ad interceptam inter D, & centrum æquilibrij segmenti acceptum in AD, hoc est centrum grauitatis duplicati segmenti AHkD, ad partes AD; sequitur, quod si ex proportione cylindri LC, ad segmentum conoidis AHIC; nempe ex ratione expressa in pręsenti propositione, subtrahatur supposita ratio dimidij parallelogrammi LD, ad segmentum parabolæ AHKD, remanebit ratio AD, ad interceptam inter D, & centrum quæsitum.

H. c puncto inuento, non ignorabimus tria solita, quæ sæpe sæpius deduximus in non paucis propositionibus lib. 3. Nam primo non ignorabimus rationem cylindri ex LD, ad solidum ex segmento AHKD, circa LA. Secundo non ignorabimus rationem segmenti AHIC, ad solidum prædictum circa AL. Tertio tam supra LD, quam supra AHKD,

AHkD, intellectis cylindricis rectis æquealtis sectis diagonaliter plano transeunte per Dk, & per latus oppositum ipsi LA, minimè ignorabimus cubationes truncorum cylindrici super AHkD, existentis. Hac tamen differentia, quod cubationem trunci sinistri habebimus sine suppositione alicuius quadraturæ; non sic cubationem trunci dexteri.

His ostensis non erit inutile ostendere modum inueniendi centrum grauitatis segmenti conoidis hyperbolici AHIC. Sed prius ostendatur sequens propositio.

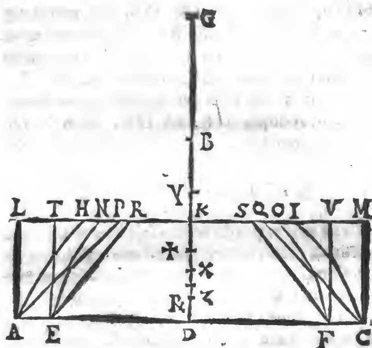
PROPOSITIO XVI.

Differentia supradictorum frustorum conoideorum est ad segmentum conoidis parabolici, vt quadrata axium totius conoidis, & conoidis ad verticem, vna cum rectangulo contento sub his axibus, ad sesquialterum rectangulorum contentorum sub latere transuerso, & sub prædictis axibus.

SInt ergo segmenta anteced. proposit. Dico differentiam frustorum AHIC, ENOF, esse ad segmentum parabolicum ENOF, vt quadrata DB, Bk, cum rectangulo DBk, ad sesquialterum rectangulorum GBD, GBK. Differentia enim prædicta ad segmentum ENOF, habet rationem compositam ex ratione differentiæ ad tubum cylindricum

dicum LEM; huius ad cylindrum TF; & huius ad ſegmentum ENOF. Cum autem differentia fruſtorum conoideorum ſit, ex ſupradictis, æqualis differentiæ fruſtorum conorum inſcriptorum in ipſis; & cum differentia fruſtorum conorum ſit ad tubum LEM, vt facile poteſt deduci ex dictis in ſchol. 4. propoſit. 14. lib. 2. vt DB, cum BK, & cum harum tertia minori proportionali ad tres DB. Sequitur etiam differentiam ſegmentorum conoideorum, eſſe ad tubum cylindricum LEM, vt DB, BK, & illa tertia proportionalis ad tres DB. Cum verò LEM, tubus ſit ad cylindrum TF, vt rectangulum AEC, ad quadratum ED, nempe diuidendo, ex hypotheſi frequenter vſa, vt DB, ad BG, ſeù vt tripla DB, ad triplam GB. Ergo ex æquali, erit differentia ſegmentorum conoideorum ad cylindrum TF, vt DB, Bk, cum illa tertia proportionali ad triplam GB. Cylindrus TF, eſt ad ſegmentum ENOF, vt dicetur inferius, vt dupla DB, ad DB, cum BK. Ergo à primo ad vltimum, differentia ſegmentorum conoideorum ad ſegmentum ENOF, habebit rationem compoſitam ex ratione DB, Bk, & harum tertiæ proportionalis ad triplam BG, & ex ratione duplæ DB, ad DB, Bk. Sed ex dictis rationibus componitur quoque ratio duorum quadratorum BD, duorum rectangulorum DBK, & duorum rectangulorum ſub DB, & ſub illa tertia proportionali (quæ duo vltima rectangula ſunt æqualia duobus quadratis

mediæ



mediæ BK), ad tria rectangula GBD, cum tribus rectangulis GBK. Ergo differentia frustorum conoideorum, erit ad segmentum ENOF, vt duo quadrata DB, cum duobus rectangulis DBK, & cum duobus quadratis BK, ad tria rectangula GBk, cum tribus rectangulis GBD. Et vt horum terminorum dimidia. Nempe differentia prædicta, erit ad prædictum segmentum, vt quadrata DB, BK, cum rectangulo DBK, ad sesquialterum rectangulorum GBD, GBK. Quod erat ostendendum.

Quod verò TF, cylindrus ſit ad ſegmentum ENOF, vt dupla DB, ad DB, BK, patet. Quia ex propoſit. 3. lib. 4. cylindrus TF, eſt ad ſegmentum conoidis parabolici ENOF, vt parallelogrammum TF, ad trapezium lineare ERSF, At ex propoſit. 9. lib. prim. eſt parallelogrammum ad trapezium vt dupla DB, ad DB, & BK. Quare patet propoſitum.

SCHOLIVM.

Ratio autem prædictorum ſolidorum collecta in ſupra dicta propoſitione, poteſt etiam reduci ad minora plana; quia poteſt reduci ad eam, quam habet rectangulum DBK, cum tertia parte quadrati DK, ad rectangulum GBK, cum dimidio rectanguli GB, KD. Patet quia hæc plana ſunt tertiæ partes priorum planorum.

PROPOSITIO XVII.

Segmenti ſupradicti conoidis hyperbolici centrum grauitatis reperire.

SEgmenti conoidis hyperbolici AHIC, centrum grauitatis reperietur ſic. Inſcriptis ſolidis vt ſupra, ſecetur KD, ſic in X, vt KX, ſit ad XD, vt duplum quadratum ED, cum quadrato NK, ad duplum quadratum NK, cum quadrato ED,

ED, seù vt dupla DB, cum BK, ad duplam BK, cum BD. Ergo ex schol. proposit. 15. lib 4. erit X, centrum grauitatis frusti conoidis parabolici ENOF. BD, & BK, sic secentur in Y, ✠, vt BY, sit tripla ipsius YK, & pariter B✠, tripla sit ipsius ✠D: & fiat vt excessus cubi DB, supra cubum BK, ad cubum BK, sic Y✠, ad ✠℞. Ergo ex schol. proposit. 18. eiusdem libri erit ℞, centrum grauitatis differentiæ frustorum conorum; & consequenter ex schol. 2. proposit. 4. huius, erit centrum grauitatis differentiæ frustorum conoideorum. Di-

uidatur ergo X℞, in Z, vt ſit XZ, ad Z℞, vt quadrata DB, BK, cum rectangulo DBK, ad ſeſquialterum rectangulorum GBD, GBk; ſeù vt rectangulum DBK, cum tertia parte quadrati Dk, ad rectangulum GBk, cum dimidio rectanguli GB, kD; nempe ex propoſit. anteced. vt eſt differentia fruſtorum conoideorum ad fruſtum conoidis parabolici ENOF. Dico inuentum eſſe Z, centrum grauitatis fruſti conoidis hyperbolici AHIC. Cum autem res ſit de sè euidens ex doctrinis Archimedis in æqueponderantibus, relinquitur conſiderationi lectoris.

SCHOLIVM.

Alij modi ex ſuperioribus non deſunt reperiendi tale centrum grauitatis; ſed nè lectorem nimis quàm par ſit defatigemus, ad alia, & noua tranſeamus; præcipuè ad centrum grauitatis hyperbolæ reperiendum. Quod tamen non reperietur niſi præmiſſis quibuſdam demonſtrationibus.

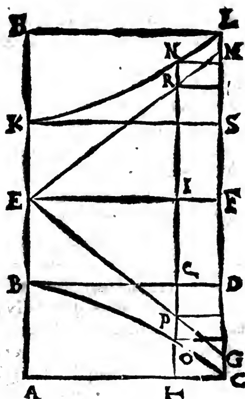
PROPOSITIO XVIII.

Si ſemihyperbola cum ſibi circumſcripto parallelogrammo rotetur circa ſecundam coniugatam diametrum. Annulus latus ortus ex rotatione exceſſus parallelogrammi ſupra ſemihyperbolam, erit æqualis cono ex triangulo, cuius vnum latus dimidia ſecundæ diametri, aliud

inter-

intercepta inter secundam diametrum, & asymptotum, reuoluto circa secundam diametrum; & hoc tam secundum totum, quam secundum partes proportionales.

ESto semihyperbola A B C, cuius diameter A B; E B dimidium lateris transuersi; centrum E; asymptotus E G; secunda diameter E F; & parallelogrammum A D, semihyperbolæ circumscriptum cum triangulo E F G, rotentur circa E F. Dico annulum latum ortum ex rotatione trilinei mixti C B D, circa E F, æqualem esse cono G E M, & hoc tam secundum totum, quam secundum partes proportionales. Intelligantur oppositæ sectiones vt in schemate, & sumatur arbitrariè in E F, quodlibet punctum I, per quod ducatur O I N, parallela L C, secans asymptotum E G, in P. Quadratum I O, est æquale tam rectangulo O P N, cum quadrato P I, quam rectangulo O Q N, cum quadrato Q I. Ergo rectangulum O P N, cum quadrato P I, erit æquale rectangulo O Q N, cum quadrato Q I. Sed ex proposit. 11. sec. conic. rectangulum O P N, est æquale quadrato B E, seù quadrato Q I. Ergo reliquum rectangulum O Q N, erit æquale reliquo quadrato P I. Quare & armilla circularis O Q N, erit æqualis circulo P R. Cum vero punctum I, sumptum sit arbitrariè; ergo omnes armillæ circulares parallelæ armillæ C D L, ortæ ex rotatione trilinei C B D, circa E F, erunt æquales omnibus circulis coni G E M. Et consequen-



quenter annulus latus ortus ex rotatione illius trilinei circa E F, erit æqualis cono G E M. Quod vero probatum eſt de totis, patet eodem modo poſſe probari de partibus proportionalibus; v. g. eodem modo probabimus partem annuli lati ortam ex rotatione trapezij mixti C O Q D, æqualem eſſe ſegmento coni G P R M. Quare patet ſolida prædicta æqualia eſſe inter ſe tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales.

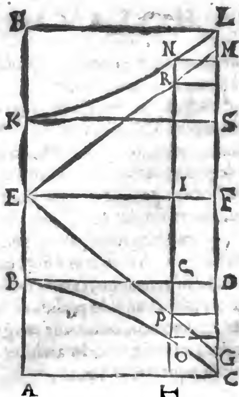
SCHO-

SCHOLIVM I.

Licet autem præsens propositio probata sit per indiuisibilia, potest tamen probari etiam modo archimedeo; quia facta constructione vt in schemate, facile patebit tubum cylindricum ODN, inscriptum in annulo, æqualem esse cylindro in cono inscripto. Si ergo diuidatur EF, bifariam, & partes bifariam, & hoc semper, & per puncta diuisionum fiant constructiones similes factæ; patebit faciliter omnes tubos cylindricos inscriptos in annulo, æquales fore omnibus cylindris in cono inscriptis. Quare cum facta hac inscriptione, tam cylindri in cono inscripti, quam tubi in annulo possint deficere à magnitudinibus in quibus inscribuntur magnitudine quacumque data minore; modo archimedeo deducetur, annulum æqualem esse cono.

SCHOLIVM II.

Ex dictis ergo in præsenti proposit. & in lib. 4. de Infin. Parab. possumus deducere, annulum prædictum, & conum GEM, esse quantitates proportionaliter annalogas tam in magnitudine, quam in grauitate, tam secundum totum, quam secundum partes proportionales. Quare cum ex dictis in schol. prim. proposit. 8. eiusdem libri, conus, trilineum parabolicum quadraticum, & excessus cylindri circum-



cumſcripti hemiſphærio, ſeù hemiſphæroidi ſint quatuor magnitudines proportionaliter analogæ: ſequitur his etiam aſſociari pro quinta magnitudine annulum latum prædictum. Ex dictis ergo in lib. cit. habebimus, quod centrum grauitatis talis annuli ſic ſecabit EF, vt pars terminata ad E, ſit ad partem terminatam ad F, vt 3. ad 1. Pariter ſi conſiderabimus quamlibet partem eiuſdem annuli reſecti plano CL, parallelo, & terminatam ad circu-
lum

lum BEK, v.g. illam, quæ oritur ex rotatione trilinei BOQ circa EF; agnoſcemus eius centrum grauitatis ſecare EI, in eadem ratione. Quia talis pars eſt proportionaliter analoga cum cono PER. Cum vero etiam pars annuli orta ex rotatione trapezij mixti COQD, ſit probata proportionaliter analoga ſegmento conico GPRM, & cum talis ſegmenti conici ſit in libro cit. pluribus modis inuentum centrum grauitatis; ex dictis ibidem reperiemus in quo puncto IF, ſit centrum grauitatis prædicti ſegmenti annuli.

SCHOLIVM III.

Sed paradoxum Galilei, de quo locuti ſumus ſupra ſchol. 2. propoſit. 10. poſſumus etiam deducere ex præſenti propoſitione. Nam etiam ex hac facto concinno diſcurſu, tandem concludemus, circumferentiam BEk, extremitatem annuli, æqualem fore E, vertici coni.

PROPOSITIO XIX.

In ſchem. anteced. propoſit. annulus ſtrictus ex quadrilatero mixto CBEG, circa EF, eſt æqualis cylindro DK, tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales.

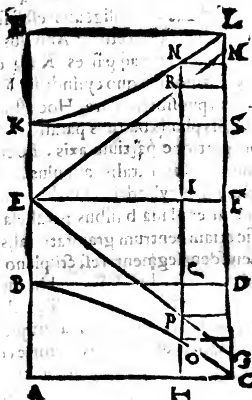
PAtet faciliter. Cum enim in anteced. propoſit. oſtenſum ſit, annulum latum ex trilineo CBD,

circa EF, æqualem esse cono GEM; ergo communi addito cylindro KD, erit solidum CBkL, æquale cylindro DK, & cono GEM. Quò hinc inde ablato. Ergo solidum GCBEkLM, erit æquale cylindro kD.

Eodem modo ostendemus æqualitatem partium proportionalium, v. g. partem annuli ortam ex rotatione quadrilateri mixti COPG, æqualem esse cylindro QS. Addendo enim cylindrum QS, & auferrendo GPRM, frustum conicum, patebit propositum.

SCHOLIVM I.

Præsens propositio potuisset immediate probari per indiuisibilia independenter ab anteced. proposit. Quia facta constructione vt in anteced. proposit. statim patebit ex proposit. 11. 2. Conic. & rectangulum OPN, æquale esse quadrato BE, seù QI; & armillam circularem OPN, æqualem pariter fore circulo cujus radius QI. Quare facile patebit & omnes armillas solidi ex quadrilatero mixto CBEG, æquales esse omnibus circulis cylindri kD, & ipsum annulum ex quadrilatero mixto, æqualem esse cylindro kD. Maluimus tamen hanc ex antecedenti deducere, vt pauidis geometris non relinquamus vllum locum hæsitandi de certitudine præsentis propositionis; nam adhibita præsenti constructione propositio non probatur nisi per indiuisibilia;



lia; quia in annulo ex quadrilatero mixto CBEG, nequit fieri inscriptio tuborum cylindricorum, quæ patuit posse fieri in annulo ex trilineo mixto CBD.

SCHOLIVM II.

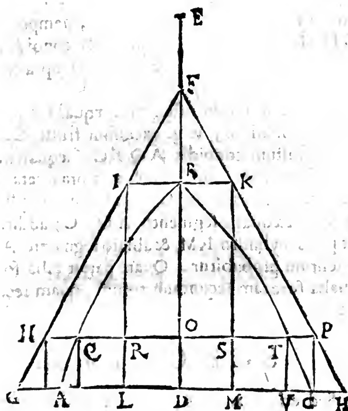
Patet ergo consequenter ad sæpe sæpius repetita, annulum præfatum GCBLkLM, & cylindrum

KD, esse quantitates proportionaliter analogas omniquaque: quod etiam intelligẽdum est, si semihyperbola cum omnibus duplicetur. Annulus ergo prædictus etiam duplicatus ad partes KB, erit corpus sibi similare, ad modum quo cylindrus KD, sic duplicatus est corpus sibi similare. Hoc est, quod sicut cylindrus sectus planis basibus parallelis, semper secatur in proportione partium axis, sic etiam in tali proportione secabitur talis annulus. Sicuti ergo centrum grauitatis cylindri, cuiuslibetque eius partis contentæ inter plana basibus parallela est in medio axis; sic etiam centrum grauitatis talis annuli, & cuiuslibet eiusdem segmenti resecti plano CL, parallelo, erit vel in medio EF, vel in medio partis EF, correspondentis parti annuli, vel quæ sit altitudo partis annuli. Quæ omnia vtique nobis videntur admirabilia, & nescimus an fortè corpus huic simile in tota geometria adinueniatur, præter vnicum, quod antequam ad vlteriora progrediamur, intelligimus in propositione sequenti explicare.

PROPOSITIO XX.

Excessus frusti conici proposit. 10. supra conoides hyperbolicum, est æqualis cylindro super minore basi frusti, & circa diametrum cum ipso: & hoc tam secundum totum, quam secundum partes proportionales.

Esto



ESto ergo in ſchem. propoſit. 10. fruſtum conicum GIKH, conoides hyperbolicum ſit ABC, cuius aſymptoti GF, FH, & ſit cylindrus IM, cuius baſis IBK, minor baſis fruſti. Dico exceſſum fruſti conici GIKH, ſupra conoides ABC, æqualem eſſe cylindro IM, tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales. De totis patet. Quia cum ex cit. propoſit. 10. exceſſus GIKH, ſupra cylindrum IM, ſit æqua-

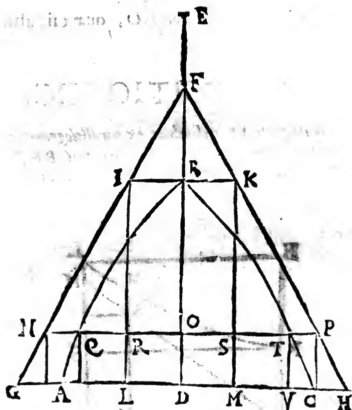
æqualis conoidi ABC; si cylindrus IM, addatur. Ergo excessus cum cylindro, nempe frustum GIkH, erit æquale cylindro, & conoidi simul. Ablato ergo conoide, excessus frusti supra conoides remanebit æqualis cylindro.

Non alio modo ostendetur æqualitas partium proportionalium, v. g. excessum frusti GNPH, supra frustum conoidis AQTC, æqualem esse cylindro RM. Quia ex dictis in præcitata proposit. 10. excessus frusti GNPH, supra cylindrum RM, est æqualis segmento AQTC; addito ergo, vt prius, cylindro RM, & ablato segmento AQTC, intentum probabitur. Quare patuit talia solida æqualia fore tam secundum totum, quam secundum partes.

SCHOLIVM.

Sed etiam præsens propositio posset immediate per indiuisibilia ostendi. Sumpto enim arbitrariè puncto O, & acto plano NOP, GH, parallelo. Ex proposit. 10. sec. conic. rectangulum NQP, est æquale quadrato IB, seù quadrato RO. Et consequenter armilla circularis NQP, est æqualis circulo ROS: & omnes armillæ æquales omnibus circulis: & excessus prędictus ęqualis cylindro IM. Sed hac constructione adhibita, demonstratio non reducitur ad modum Archimedeum, quia in prędicto excessu neq; eunt inscribi tubi cylindrici.

Patet



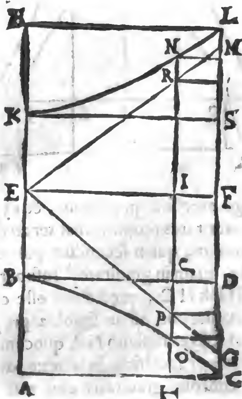
Patet ergo excessum prędictum, & cylindrum IM, esse quantitates proportionaliter analogas tam secundum totum, quam secundum partes, tam in magnitudine, quam in grauitate. Insuper patet excessum AGIBkHC, prędictum esse corpus sibi similare vt explicatum est in schol. 2. proposit. ant. Hoc est quod si secetur plano NP, quocunque, GH, parallelo, semper secabitur in ratione partium axis DB. Item centrum grauitatis eius erit in medio

DB;

DB; ſicuti etiam centrum grauitatis cuiuslibet eius partis erit in medio partis BD, quæ erit altitudo partis exceſſus.

PROPOSITIO XXI.

In ſchemate prop. 19. cylindrus ex parallelogrammo AF, circa EF, eſt ad ſolidum ex figura mixta CBEF, circa eandem EF, vt quadratum EA, ad quadratum EB, cum tertia parte rectanguli KAB.



Quo-

QVoniam enim probatum eſt in propoſit. 19. ſolidum CBkL, æquari cylindro BS, & cono GEM; ergo cylindrus AL, ad hæc ſolida habebit eandem rationem. At cylindrus AL, ad cylindrum B,S, & ad conum GEM, eſt vt quadratum EA, ad quadratum EB, cum tertia parte rectanguli KAB. Quare &c.

Aſſumptum patebit ſic. Cylindrus AL, ad cylindrum BS, eſt vt quadratum AF, ad quadratum EB. Pariter idem cylindrus AL, ad conum GEM, eſt vt quadratum CF, ſeù vt idem quadratum AE, ad tertiam partem quadrati GF. Ergo colligendo ambo conſequentia, erit cylindrus AL, ad cylindrum BS, cum cono GEM, nempe ad ſolidum CBkL, vt quadratum AE, ad quadratum EB, cum tertia parte quadrati FG. At tertia pars quadrati FG, eſt æqualis tertiæ parti rectanguli kAB. Nam quadratum EA, diuiditur in quadratum EB, & in rectangulum kAB: pariter quadratum idem EA, ſeù FC, diuiditur in quadratum FG, & in rectangulum CGL, ſeù MCG. Ergo quadratum EB, cùm rectangulo KAB, erit æquale quadrato FG, & rectangulo MCG. Sed ex ſec. conic. propoſit. 11. rectangulum MCG, eſt æquale quadrato BE. Quare reliquum rectangulum kAB, erit æquale reliquo quadrato FG. Quare etiam illorum tertiæ partes erunt æquales. Ergo cylindrus AL, erit ad ſolidum CBkL, vt quadratum EA,

ad quadratum EB, cum tertia parte rectanguli kAB. Quod erat ostendendum.

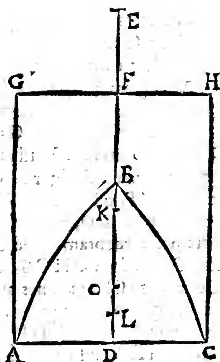
His ostensis adinuenietur centrum grauitatis hyperbolæ sic.

PROPOSITIO XXII.

Si hyperbolæ circumscriptum parallelogrammum intelligatur productum vsque ad secundam diametrum, & fiat vt quadratum compositæ ex axi hyperbolæ, & ex dimidia lateris transuersi, ad quadratum dimidiæ lateris transuersi cum rectangulo sub axi, & sub composita ex axi, & ex latere transuerso, sic composita ex dimidia lateris transuersi, & ex axi, ad aliam: item fiat vt dimidium prædicti parallelogrammi ad excessum totius parallelogrammi supra hyperbolam, sic composita ex axi, & ex dimidia lateris transuersi, ad aliam: tandem fiat vt secunda inuenta ad primam inuentam, sic composita ex axi, & ex dimidia lateris transuersi ad sui partem abscindendam incipiendo à secunda diametro. Erit punctum quod est alter terminus huius abscissæ centrum grauitatis excessus parallelogrammi supra hyperbolam.

ESto hyperbola ABC, cuius axis BD; latus transuersum BE; centrum F; secunda diameter GH; & GC, sit parallelogrammum: fiat vt quadratum FD, ad quadratum FB, cum tertia

parte



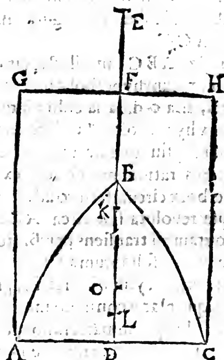
parte rectanguli EDB, sic DF, ad FO: item fiat vt parallelogrammum GD, ad excessum parallelogrammi GC, supra hyperbolam ABC, sic DF, ad FL: tandem fiat vt LF, ad FO, sic DF, ad Fk. Dico punctum k, esse centrum grauitatis figuræ AGHCB.

Quoniam enim ex proposit. anteced. cylindrus ex GC, circa GH, est ad solidum ex figura AGHCB, circa eandem GH, vt quadratum FD, ad quadratum FB, cum tertia parte rectanguli EDB; nem-

pe ex constructione, vt DF, ad FO; & ratio DF, ad FO (de foris sumpta FL) componitur ex ratione DF, ad FL, & huius ad FO. Ergo etiam ratio cylindri prædicti ex GC, ad solidum ex excessu GC, supra hyperbolam componetur ex ijsdem rationibus. At ex schol. prim. proposit. 3. lib. 3. ratio prædicti cylindri ad antedictum solidum componitur etiam ex ratione parallelogrammi GD, ad figuram AGHCB, & ex ratione DF, ad interceptam inter F, & centrum grauitatis figuræ AGHCB. Ergo etiam rationes DF, ad FL, & FL, ad FO, erunt æquales rationibus GD, ad AGHCB, & DF, ad prædictam interceptam. Sed ex constructione, rationes GD, ad AGHCB, & DF, ad FL, sunt æquales. Ergo si hæ rationes auferantur à prædictis, etiam reliquæ erunt æquales. Ergo ratio LF, ad FO, erit æqualis rationi DF, ad interceptam prædictam. Sed factum fuit supra vt LF, ad FO, sic DF, ad Fk. Ergo k, erit centrum grauitatis figuræ AGHCB. Quod erat ostendendum.

SCHOLIVM I.

Inuento autem centro prædicto, facile erit etiam centrum grauitatis hyperbolæ reperire. Si enim supponamus FD, sectam bifariam in O, & supponamus k, esse centrum grauitatis figuræ AGHCB, si fiat vt ABC, ad AGHCB, sic reciprocè kO,



ad OL. Erit ex doctrinis Archimedis, L, centrum grauitatis hyperbolæ.

Sed etiam in præsenti est adnotandum, posse colligi tria solita. Nempe rationem solidorum ex AGHCB, figura reuoluta & circa GH, & circa AC, ad inuicem. Cubationem truncorum cylindrici recti super ipsa figura existentis resecti plano diagonaliter transeunte per GH, & per AC, parallelam. Ast cubatio trunci sinistri habetur sine suppositione quadraturæ hyperbolæ, sed cubatio trunci dexteri non

habetur sine tali quadratura; sine qua non habemus nec etiam tertium, nempe rationem cylindri ex GC, circa AC, ad solidum ex figura AGHCB, circa eandem AC.

Sed hyperbolæ ABC, intellecto circumscripto parallelogrammo, cum hyperbolæ inuentum sit centrum grauitatis, tria ordinaria colligentur etiam in solidis genitis ex hyperbola. Sed hæc non colligentur nisi supposita ipsius quadratura. Hac ergo supposita habebimus rationem cylindri ex parallelogrammo hyperbolæ circumscripto ad alterutrum solidorum ex ipsa reuoluta siue circa AC, siue circa latus parallelogrammi transiens per B. Item habebimus rationem horum solidorum ad inuicem. Et cubationem truncorum cylindrici recti supra ipsa existentis, resectique plano consueto modo diagonaliter transeunte. Ex quibus patet supposita hyperbolæ quadratura, nos assignasse rationem cylindri circumscripti fuso hyperbolico, ad ipsum; quod pariter alio modo præstitit Bonauentura Caualerius in exercit. 4. proposit. 35.

SCHOLIVM II.

Repertum est ergo centrum grauitatis hyperbolæ, supposita ipsius quadratura, quod nullus (quod sciamus) ante nos tentauit. Sed non modo licet reperire hoc, sed etiam possumus assignare centrum æquilibrij cuiuscunque eius partis constitutæ ex se-

ctione

ctione hyperbolæ linea, vel lineis diametro parallelis; & consequenter centrum grauitatis talis partis duplicatæ. Explicabimus hoc in vna, ex huiusque explicatione lector adnotabit modum in alijs exercendum. Intelligamus in sequenti figura reperire centrum grauitatis portionis TOC, resectæ linea TO, diametro BA, parallela. Quoniam supra in proposit. 19. probatum fuit annulum ex figura mixta COPG, æqualem fore cylindro QS; communi addito frusto conico GPRM, totum solidum CONL, erit æquale cylindro QS, & frusto GPRM. Cum ergo ad modum superiorum possimus reperire rationem, quam habet cylindrus TL, ad cylindrum QS, & ad segmentum conicum GPRM, simul; habebimus etiam rationem, quam habet cylindrus TL, ad solidum CONL. Hac habita, si ex ipsa subtrahamus rationem, quam habet dimidium IC, suppositam, ad figuram COIF; habebimus rationem, quam habet TI, ad interceptam inter I, & centrum æquilibrij figuræ COIF, in IT. Et consequenter facile reperiemus centrum æquilibrij talis figuræ. Hoc inuento reperietur etiam centrum æquilibrij portionis hyperbolę TOC, in TO; & consequenter centrum grauitatis duplicatę TOC, ad partes TO. Ex quibus postea reliqua solita deduci, colligerentur. Hęc ergo, & similia liceret reperire. Ex quibus paterent ea omnia, quę ostendit Caualerius in loc. cit. proposit. 36. & multo plura. Sed quia hęc

non

non reperiuntur nisi ex ſuppoſita quadratura, ideo reliquuntur. Sufficit enim nobis lectori indicare hęc nequaquam ignorari à nobis. Sicuti ſufficiet ipſi indicare nos poſſe habere centra grauitatis omnium cylindricorum exiſtentium ſuper hyperbola, & ſuper omnibus ipſius partibus, quarum inuenitur centrum grauitatis. Erit enim in medio lineæ iungentis centra grauitatis oppoſitarum baſium. Reli-

ctis

ctis ergo his, transeamus ad quadrandam parabolam duobus nouis modis.

PROPOSITIO XXIII.

Si semihyperbola cum sibi circumscripto parallelogrammo rotetur circa secundam diametrum, Tubus cylindricus ex parallelogrammo, erit sesquialter annuli lati ex semihyperbola.

SEmihyperbola ABC, cum sibi circumscripto parallogrammo AD, rotetur circa EF, secundam diametrum. Dico tubum cylindricum ADH, esse sesquialterum annuli lati ex semihyperbola ABC, circa EF, reuoluta. Quoniam tubus CBSH, est ad cylindrum AL, vt rectangulum HBA, ad quadratum EA; nempe vt rectangulum kAB, ad idem quadratum EA; & cylindrus AL, probatus est esse in proposit. 21. ad solidum CBkL, vt quadratum EA, ad quadratum EB, cum tertia parte rectanguli KAB; vnde per conuersionem rationis, est idem cylindrus AL, ad annulum ex semihyperbola ABC, circa EF, vt idem quadratum EA, ad excessum ipsius supra quadratum EB, & supra tertiam partem rectanguli kAB; ergo ex æquali, erit tubus cylindricus ADkL, ad talem annulum latum, vt rectangulum ABH, ad prædictum excessum. Sed quadratum EA, cum sit æquale quadrato EB, & rectangulo kAB, excedit

illa plana duobus tertijs rectanguli k A B. Ergo tubus cylindricus A D K L, erit ad prædictum annulum, vt rectangulum K A B, ad duo tertia eiusdem rectanguli; nempe in ratione sesquialtera. Quod erat ostendendum.

PROPOSITIO XXIV.

Si recta linea A B, secetur in C, bifariam, & in D, E, æque remotè à C, eodemque modo in F, G. Rectangulum A G B, erit excessus rectanguli A E B, supra rectangulum F E G.

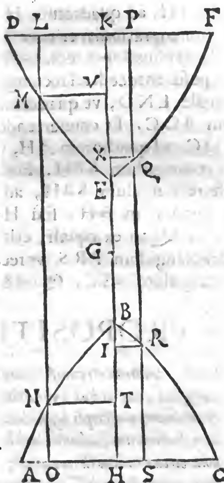


NAm rectangulum A E B, diuiditur in rectangulum A F G, & in rectangulum A F, G B. Pariter rectangulum A E G, diuiditur in rectangulum F E G, & in rectangulum A F, E G, seu B G F, quia A F, ex hypothesi, est æqualis G B. Ergo excessus rectanguli A E B, supra rectangulum F E G, est rectangulum A E, G B, cum rectangulo E G B; quæ duo rectangula sunt æqualia rectangulo A G B. Quare patet propositum.

PROPOSITIO XXV.

Si in oppositis sectionibus, quæ hyperbolæ appellantur ducantur lineæ lateri transuerso parallelæ, occurrentes æquali-

æqualibus ad diametros applicatis in ambabus hyperbolis. Rectangula sub partibus ipsarum resectarum ab eadem curua hyperbolæ erunt ad inuicem, vt rectangula sub partibus ordinatim applicatæ ab ipsis secta.



SInt oppositæ sectiones hyperbolæ ABC, DEF, quarum latus transuersum EB, & DF, AC, sint æquales ordinatim applicatæ ad æquales diametros KE, BH, & sint ductæ LO, PS, parallelæ kH. Dico rectangulum LNO, esse ad rectangulum PRS, vt rectangulum AOC, ad rectangulum ASC. Applicentur à punctis N, R, N T, R I, ordinatim ad diametrum; item à punctis M, Q ordinatim applicentur ad kE, MV, QX. Quoniam enim ex prim. conic. proposit. 21. rectangulum EHB, ad

k 2 rectan-

rectangulum E T B, est vt quadratum A H, ad quadratum N T, seù O H; & rectangulis E H B, E T B, sunt æqualia rectangula K B H, V B T, quia k E, B H, & V E, B T, sunt æquales; ergo erit vt rectangulum K B H, ad rectangulum V B T, sic quadratum A H, ad quadratum H O. Ergo & per conuersionem rationis, erit rectangulum K B H, ad excessum ipsius supra rectangulum V B T; nempe ex proposit. anteced. ad rectangulum k T H, seù ad ei æquale L N O, vt quadratum A H, ad rectangulum A O C. Et conuertendo, erit rectangulum A O C, ad quadratum A H, vt rectangulum L N O, ad rectangulum K B H. Eodem modo ostendetur esse rectangulum K B H, ad rectangulum P R S, vt quadratum A H, seù H C, ad rectangulum A S C. Quare ex æquali, erit rectangulum L N O, ad rectangulum P R S, vt rectangulum A O C, ad rectangulum A S C. Quod &c.

PROPOSITIO XXVI.

Parallelogrammum circumscriptum parabolæ quadraticæ, est ad ipsam, vt tubus cylindricus ex gyratione parallelogrammi circumscripti hyperbolæ circa secundam coniugatam diametrum, ad annulum latum ex reuolutione hyperbolæ circa eandem diametrum; & hoc tam secundum totum, quam secundum partes proportionales; dummodo bases parabolæ, & hyperbolæ genitricis annuli proportionaliter secentur.

Esto

ESto hyperbola ABC, cuius axis BN, diameter transfuersa EB, centrum L, secunda diameter kM, parallelogrammum ei circumscriptum sit GC: pariter sit parabola quadratica AOC, cum sibi circumscripto parallelogrammo PC. Dico tubum cylindricum ex reuolutione CG, circa kM, esse ad annulum latum ex reuolutione ABC, circa eandem KM, vt parallelogrammum PC, ad AOC, parabolam. In AC, communi basi parabolæ, & hyperbolæ accipiatur arbitrariè punctum I, per quod agatur FIT, parallela OE, secans omnia vt in schemate. Quoniam ex proposit. anteced. rectangulum ANC, est ad rectangulum AIC, vt rectangulum VBN, ad rectangulum THI; & vt rectangulum VBN, ad rectangulum THI, sic armilla circularis ex BN, reuoluta circa KM, ad armillam circularem ex HI, reuoluta circa eandem KM; ergo vt rectangulum ANC, ad rectangulum AIC, sic armilla circularis VBN, seù TSI, ad armillam circularem THI. Sed vt rectangulum ANC, ad rectangulum AIC, sic ex schol. propositionis 22. libri primi NO, seù FI, ad IR. Ergo vt armilla circularis TSI, ad armillam circularem THI, sic FI, ad IR. Sed punctum I, sumptum fuit vtcunque. Ergo vt omnes armillæ circulares parallelæ armillæ VBN, ex parallelogrammo GC, reuoluto circa kM, ad omnes armillas circulares parallelas eidem VBN, ex hyperbola ABC, reuoluta circa eandem kM, sic omnes lineæ parallelogram-

logrammi P C, parallelæ N O, ad omnes lineas parabolæ A O C, parallelas eidem O N. Nempe vt

tubus

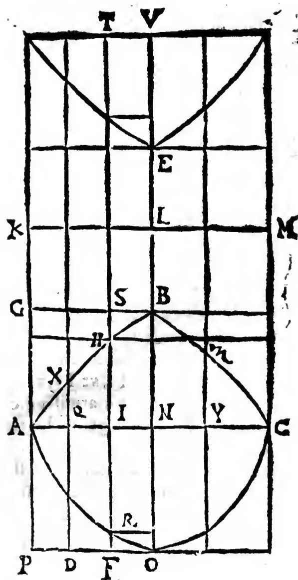
tubus cylindricus ad annulum ex hyperbola, sic parallelogrammum PC, ad parabolam AOC.

Quod autem probatum fuit de totis, patet eodem modo probari posse de partibus proportionalibus; nimirum eodem modo potest probari esse v. g. tubum cylindricum ex parallelogrammo IB, circa KM, ad partem annuli ex segmento hyperbolæ IHBN, circa eandem KM, vt parallelogrammum FN, ad segmentum parabolæ IRON. Quare patet propositum in omnibus, & per omnia.

SCHOLIVM I.

Præsens propositio, quæ probata fuit per indiuisibilium methodum breuiorem, probari quoque potest per methodum antiquam prolixiorem. Nam cum probatum sit esse armillam circularem TSI, ad armillam circularem THI, vt FI, ad IR; & cum sit armilla circularis TSI, ad armillam circularem THI, sic tubus cylindricus ex parallelogrammo SN, circa KM, ad tubum cylindricum ex parallelogrammo HN, circa eandem KM, qui tubus est inscriptus in annulo ex hyperbola; & cum pariter sit vt FI, ad IR, sic parallelogrammum FN, ad parallelogrammum RN, inscriptum in parabola: sequitur vt tubus ex parallelogrammo SN, ad tubum ex parallelogrammo HN, sic esse parallelogrammum FN, ad parallelogrammum RN. Quare si AN, v.g. bissecaretur, & hoc idem fieret de eiusdem partibus,

& in



& in hyperbola, & parabola inſcriberentur parallelogramma; eodem modo probaremus partes tubi cylin-

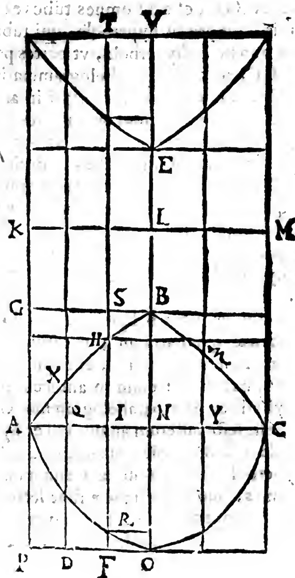
cylindrici ex GC, esse ad omnes tubos ex parallelogrammis inscriptis in hyperbola, qui tubi inscribuntur in annulo ex hyperbola, vt partes parallelogrammi PC, ad omnia parallelogramma inscripta in parabola. Cumque, tubi inscripti in annulo ex hyperbola, sicuti parallelogramma inscripta in parabola, per continuatam talem bissectionem possint tandem deficere à magnitudinibus in quibus inscribuntur, defectu, quacunque data magnitudine minori: sequitur tandem modo archimedeo per deductionem ad impossibile posse concludi, tubum cylindricum ex parallelogrammo esse ad annulum latum ex hyperbola, vt parallelogrammum ad parabolam.

Patet ergo ex dictis haberi nouo modo parabolæ quadraticæ quadraturam; nimirum parallelogrammum ei circumscriptum, esse ipsius sesquialterum. Probatum fuit enim in anteced. proposit. tubum cylindricum ex parallelogrammo GC, circa kM, esse sesquialterum annuli lati ex hyperbola circa eandem kM. Sed infra adhibendo aliud solidum hyperbolicum, parabolam alio nouo modo quadrabimus; nunc suggerendæ sunt lectori quamplurimæ nouæ notitiæ geometricæ, quæ ex hac propositione,& ex dictis in lib.de Infin.Par.deducuntur.

SCHOLIVM II.

Deducitur ergo ex dictis, & ad modum superio-

L rum,

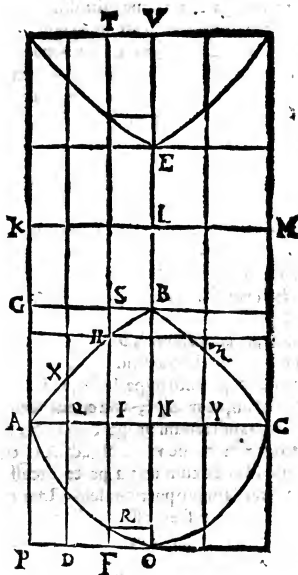


rum, parabolam A O C, & annulum latum prædi-
ctum ex hyperbola A B C, esse quantitates propor-
tiona-

tionaliter analogas tam in magnitudine, quam in grauitate; tam secundum totum, quam secundum partes proportionales. Quot ergo nouæ notitiæ deducantur ex hac doctrina tam circa magnitudinem, quam circa grauitatem talis annuli lati, ex nostro opere cit. vnisquisque potest agnoscere.

Ex proposit. enim 9. lib. prim. agnoscet quænam sit ratio, quam habet tubus cylindricus ex GI, ad portionem annuli lati ex portione minori hyperbolæ AHI; nempe esse ad ipsum vt tres AN, ad excessum ipsarum supra AN, NI, & harum tertiam minorem proportionalem. Vel subtriplando terminos, esse vt AN, ad subsesquialteram AI, cum tertia parte excessus IN, supra illam tertiam proportionalem.

Ex schol. prim. proposit. 10. agnoscet, tubum cylindricum ex parallelogrammo SN, esse ad portionem annuli ex segmento hyperbolæ IHBN, vt tripla AN, ad duplam AN, vna cum excessu ipsius supra prædictam tertiam proportionalem. Et subtriplando terminos, esse vt AN, ad AI, cum duobus tertijs IN, & cum tertia parte excessus IN, supra illam tertiam proportionalem. Imo ex schol. 3. cit. proposit. agnoscet, esse eundem tubum cylindricum ad eandem portionem annuli, vt triplum rectangulum TSI, ad duplum rectangulum TSI, cum rectangulo THI. Et subtriplando terminos, vt rectangulum TSI, ad subsesquialterum ipsius, cum tertia parte rectanguli THI.



Ex ſchol. prim. propoſit. 12. agnoſcet rationem tubi cylindrici ex parallelogrammo SQ, ad ſeg-
men-

mentum annuli ex ſegmento intermedio ſemihyperbolæ QXHI.

Ex ſchol prim. propoſit. 13. agnoſcet rationem tubi ex parallelogrammo SC, ad portionem annuli ex portione maiori hyperbolæ IHBC.

Ex ſchol. propoſit. 14. agnoſcet rationem, quam habet tubus cylindricus ex parallelogrammo SY, ad ſegmentum annuli ex ſegmento intermedio IHBZY, intercipiente axim BN.

Sed portioni minori hyperbolæ AHI, intellecto circumſcripto parallelogrammo HA, agnoſcet ex propoſit. 15. tubum cylindricum ex parallelogrammo HA, eſſe ad portionem annuli ex portione AHI, vt tripla AN, cum tripla NI, ad duplam AN, cum vnica NI. Imo ex ſchol. eiuſdem propoſit. agnoſcet, tubum prædictum eſſe ad prædictam annuli portionem, vt IC ad dimidiam IC, cum ſexta parte IA.

Ex ſcholio propoſit. 17. agnoſcet rationem tubi cylindrici ex parallelogrammo HC, ad portionem annuli ex portione maiori IHBC. Ex eodem ſchol. etiam agnoſcet talem rationem eſſe, vt eſt AI, ad dimidiam AI, cum ſexta parte IC. Quare agnoſcet vniuerſaliter, quod tubus cylindricus ex altero parallelogrammorum HA, HC, ad portionem annuli ſibi correſpondentem eſſe, vt baſis reliquæ portionis hyperbolæ, ad ſui dimidiam, cum ſexta parte baſis portionis reuolutæ.

Ex propoſit. 18. agnoſcet rationem tubi ex parallelo-

lelogrammo HQ, circumscripto segmento intermedio QXHI, ad segmentum annuli ex tali segmento intermedio.

Tandem ex schol. proposit. 20. agnoscet rationem segmenti annuli ex segmento IHBN, ad portionem annuli ex portione IAH. Qua agnita, non ignorabit rationem portionis annuli ex portione IHBC, ad prædictam portionem annuli ex portione AHI.

SCHOLIVM III.

Pariter, cum vt diximus, prædictus annulus latus ex hyperbola sit quantitas proportionaliter analoga etiam in grauitate cum parabola quadratica; ex lib. 3. de Infin. Parab. agnoscet lector centrum grauitatis quamplurium segmentorum prædicti annuli lati.

Ex schol. ergo 2. proposit. 2. agnoscet centrum grauitatis annuli ex semihyperbola ABN, sic secare kL, vt pars terminata ad k, sit ad partem terminatam ad L, vt 5. ad 3.

Ex schol. pri. proposit. 14. agnoscet centrum grauitatis in KL, portionis annuli ex portione minori AHI.

Ex schol. prim. proposit. 16. agnoscet centrum grauitatis segmenti annuli ex segmento IHBN. Hoc autem centrum etiam alio modo agnoscet ex dictis in calce eiusdem scholij.

Ex schol. prim. proposit. 17. agnoscet modum reperiendi

periendi centrum grauitatis segmenti annuli ex segmento intermedio QXHI. Quod etiam inueniet alio modo expresso in eodem schol:o.

Ex schol. proposit. 19. agnoscet modum reperiendi centrum grauitatis portionis annuli ex portione maiori IHBC.

Tandem ex schol. proposit. 21. agnoscet modum reperiendi centrum grauitatis segmenti intermedij annuli ex segmento intermedio IHBZY, intercipiente axim BN.

Hæ ergo sunt notitiæ geometricæ, quæ deducuntur ex anteced. proposit. Quibus addenda est Quod cum notatum sit in schol. prim proposit. 8. lib. 4. Parabolam, sphæram, sphæroides, & excessum cylindri supra duos conos inuersè positos, quorum bases oppositæ bases cylindri, vertex verò medium punctum axis, esse magnitudines proportionaliter analogas tam in magnitudine, quam in grauitate; sequi ex dictis, his associari annulum prædictum ex hyperbola.

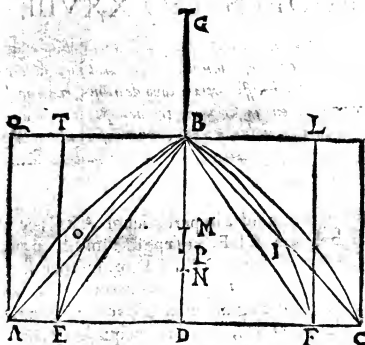
PROPOSITIO XXVII.

In schemate proposit. quintæ, excessus cylindri circumscripti conoidi hyperbolico supra cylindrum circumscriptum conoidi parabolico, erit triplus excessus conoidis hyperbolici supra conoides parabolicum.

Conoi-

CONoidibus hyperbolico A B C, & parabolico E B F, ſint circumſcripti cylindri Q C, T F. Dico tubum cylindricum Q E L C, triplum eſſe exceſſus conoidis A B C, ſupra conoides E B F. Quoniam enim cylindrus Q C, eſt ad cylindrum T F, vt quadratum A D, ad quadratum D E; nempe ex hypotheſi, vt D G, ad G B; ergo per conuerſionem rationis & conuertendo, erit tubus cylindricus Q E L C, ad cylindrum Q C, vt B D, ad D G. Sed ex propoſit. 5. 7. & 11. cylindrus Q C, eſt ad conoides A B C, vt D G, ad dimidium B G, cum tertia parte D B: ergo ex æquali, erit tubus Q E L C, ad conoides A B C, vt D B, ad dimidiam G B, cum tertia parte DB. Rurſum, quoniam diuidendo, eſt tubus Q E L C, ad cylindrum T F, vt rectangulum A E C, ad quadratum E D, nempe ex hypotheſi, vt D B, ad B G, & conoides E B F, eſt dimidium cylindri T F, vt oſtendimus præcipuè in lib. 2. propoſit. 15. Ergo tubus Q E L C, erit ad conoides E B F, vt D B, ad dimidiam G B. Sed erat ad totum conoides A B C, vt eadem D B, ad dimidiam G B, cum tertia parte D B. Ergo Q E L C, erit ad reliquum, nempe ad differentiam conoideorum, vt D B, ad ſui tertiam partem; nempe erit triplus talis exceſſus. Quod erat oſtendendum.

ALI-



ALITER.

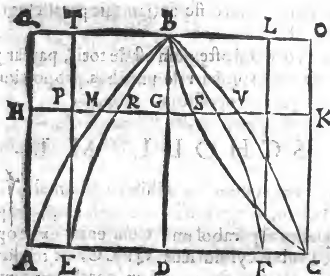
Quoniam tam totus cylindrus QC, est triplus totius coni ABC, quam ablatus cylindrus TF, est triplus ablati coni EBF (inscriptis prius conis in conoidibus); ergo & reliquus tubus QTLC, triplus erit reliqui; nempe differentiæ conorum. Sed ex proposit. 4. differentia conorum est æqualis differentiæ conoideorum. Ergo tubus erit etiam triplus differentiæ conoideorum. Quod &c.

PROPOSITIO XXVIII.

Excessus cylindri circumscripti conoidi hyperbolico supra cylindrum circumscriptum conoidi parabolico sæpe explicato, est ad differentiam conoideorum, vt parallelogrammum circumscriptum trilineo quadratico ad ipsum, tam secundum totum, quam secundum partes proportionales; si diametri trilinei, & conoidis secentur proportionaliter.

SInt ergo conoidea hyperbolicum ABC, & parabolicum EBF, vt sæpe dictum est, cum circumscriptis cylindris QC, TF, & insuper sit semiparabola BCO, cuius diameter OB, basis OC, & parallelogrammum ei circumscriptum sit DO, adeovt DBC, sit trilineum quadraticum, cuius diameter DB. Dico tubum cylindricum QELC, esse ad differentiam conoideorum, vt parallelogrammum DO, ad trilineum BDC, tam secundum totum, quam secundum partes proportionales. Sumatur in DB, diametro arbitrariè punctum G, per quod in solidis intelligatur transire planum HK, plano AC, parallelum, secans tubum in P, conoides hyperbolicum in M, & parabolicum in R: item in parallelogrammo ducatur GK, parallela DC, secans curuam parabolicam in S. Quoniam ex proposit. 3. rectangulum AEC, est ad rectangulum MRV, vt quadratum DB, ad

quadra-



quadratum B G; & vt rectangulum A E C, hoc est rectangulum H P k, ad rectangulum M R V, sic armilla circularis H P k, ad armillam circularem M R V: ergo vt armilla circularis H P k, ad armillam circularem M R V, sic quadratum D B, ad quadratum B G. Sed ex natura parabolæ quadraticæ, est etiam vt quadratum D B, ad quadratum B G, sic D C, seù K G, ad G S. Ergo & vt armilla H P k, ad armillam M R V, sic k G, ad G S. Cum verò punctum G, sumptum sit ad libitum; ergo vt omnes armillæ tubi cylindrici Q E L C, parallelæ armillæ A E C, ad omnes armillas differentiæ conoideorum, parallelas A E C, sic omnes lineæ parallelogrammi D O, parallelæ D C, ad om-

 nes

nes lineas trilinei CDB; parallelas itidem DC; nempe vt tubus ad differentiam, sic parallelogrammum ad trilineum.

Cum vero quod ostensum est de totis, pateat posse eodem modo probari de partibus proportionalibus, ideo patet propositum.

SCHOLIVM I.

Patet ergo quomodo adhibito etiam alio solido hyperbolico, nempe differentia conoideorum, possimus quadrare parabolam. Cum enim ex proposit. anteced. tubus cylindricus QELC, sit triplus differentiæ conoideorum; etiam parallelogrammum triplum erit trilinei; & consequenter sesquialterum semiparabolæ.

Insuper patet, quod cum in schol. 2. proposit. 18. probatum sit, conum, trilineum quadraticum, excessum cylindri circumscripti hemisphærio, & hemisphæroidi, & excessum tubi cylindrici super annulum latum ex hyperbola circa secundam diametrum, esse quantitates proportionaliter analogas, patet inquam, his pro sexta addi differentiam conoideorum prædictam.

SCHOLIVM II.

In proposit. 11. lib. 2. de Infinit. Parab. cuius schema hic apponimus, probauimus, quod si sint duæ

duæ quælibet figuræ ABC, AEFC, ſupra eadem baſi AC, & circa communem axim BD; ſintque hæ talis naturæ, vt ipſis duplicatis ad partes AC, hæc euadat communis axis ambarum figurarum; probauimus inquam, intellectis ambabus figu-

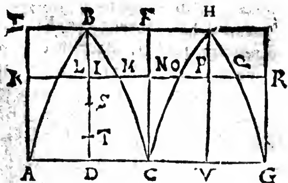
ris

ris gyrari circa parallelam ipsi BD, ductam per punctum C, quæ sit v.g. CF, solidum rotundum ortum ex figura AEFC, esse ad solidum rotundum ex figura ABC, vt figura AEFC, ad figuram ABC. Hoc probauimus medijs truncis sinistris cylindricorum rectorum supra figuris existentium, vt loco cit. potest conspici. Ex hac vniuersali propositione deduximus ibidem quamplurima corollaria; quibus potest aggregari, quod si ABC, esset hyperbola, & EC, esset parallelogrammum ipsam circumscribens, & haberetur quadratura hyperbolæ, nequaquam ignoraretur ratio cylindri ex EC, circa CF, ad annulum strictum ex hyperbola ABC, circa CF. Verum illa propositio potest vniuersalius proponi; non solum enim illud verum est; sed etiam verificatur, quod si illæ duæ figuræ rotentur circa parallelam ipsi CF, sed extra figuras ductam, adeovt ex figuris ciatis generentur annuli lati: nihilominus annulum latum ex AEFC, ad annulum latum ex ABC, esse vt figura AEFC, ad figuram ABC. Hoc posset probari medijs ijsdem truncis, & hoc pacto liceret ampliare doctrinas de truncis in illo opere expositas; sed de his forsan aliquando. In præsenti probabimus medijs ad nostrum institutum magis accomodatis, sequentem propositionem vt ex huius cognitione inquiramus centra grauitatis infinitorum annulorum, vt infrà patebit.

PRO-

PROPOSITIO XXIX.

Si super eadem basi & circa eandem diametrum sint qualibet figura & parallelogrammum ipsam circumscribens. Cylindrus ex parallelogrammo ad solidum ex figura, reuolutis ambobus circa parallelam diametro ductam vel per extremitatem basis, vel extra basim, erit vt parallelogrammum ad figuram.

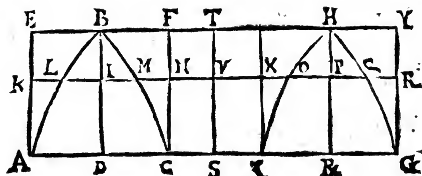


SVper eadem basi AC, & circa eandem diametrum BD, sint quælibet figura ABC, & parallelogrammum EC, ipsam circumscribens & intelligamus an has figuras prius rotari circa FC. Dico cylindrum EG, esse ad solidum ex figura ABC, circa eandem FC, quod sit ABCHG, vt EC, ad ABC. Accipiatur in BD, arbitrarè punctum I, per quod intelligantur transire in figuris linea kN, AC, parallela, in solidis verò

pla-

planum KN, item AG, parallelum. Quoniam enim vt kN, ad LM, ſic (ſumpta NR, communi altitudine) rectangulum kNR, ad rectangulum ſub LM, & ſub NR; & NR, eſt æqualis MQ, quia MN, eſt æqualis tam NO, quam QR, vndè etiam rectangulum ſub LM, & ſub NR, eſt æquale rectangulo LMQ. Ergo etiam vt kN, ad LM, ſic rectangulum kNR, ad rectangulum LMQ. Sed vt rectangulum kNR, ad rectangulum LMQ, ſic circulus, kNR, ad armillam circularem LMQ. Ergo & vt KN, ad LM, ſic circulus KNR, ad armillam circularem LMQ. At punctum I, ſumptum eſt vtcunque. Ergo & vt vnum ad vnum, ita omnia ad omnia. Ergo vt omnes lineæ figuræ EC, AC, parallelæ ad omnes lineas figuræ ABC, item AC, parallelas, ſic omnes circuli ſolidi EG, circulo AG, paralleli ad omnes armillas ſolidi ABCHG. Ergo & vt figura ad figuram, ſic ſolidum ad ſolidum.

Sed ſupponamus figuras prædictas rotari circa ST, poſitam vltra C, ipſi BD, parallelam, adeo vt ex figuris generentur tubus cylindricus, & annulus latus vt in ſequenti ſchemate. Dico nihilominus eſſe EC, ad figuram ABC, vt tubus ECY, ad annulum ex figura ABC. Nam accepto vt prius, puncto I, arbitrariè, factiſque iiſdem, concludemus eodem modo eſſe vt KN, ad LM, ſic rectangulum KNR, ad rectangulum LMQ; nempe



pe ſic armillam circularem k N R, ad armillam circularem L M Q. Quare eodem modo concludemus eſſe figuram E C, ad figuram A B C, vt ſolidum ex E C, circa S T, ad ſolidum ex figura A B C, circa eandem T S. Quod erat oſtendendum.

SCHOLIVM.

Cum præſens propoſitio ſit propoſita in tanta vniuerſalitate, adeovt comprehendat infinitas figuras circa diametrum, & infinitis modis diuerſificatas, impoſſibile videtur poſſe ipſam oſtendi in tali vniuerſalitate vnica conſtructione niſi per indiuiſibilia. Modo etiam archimedeo probari poteſt, ſed in caſibus particularibus, & conſtructionibus proprijs, vt quilibet poterit experiri.

Ex hac autem vniuerſaliſſima propoſitione, ea omnia, quæ ſunt deducta in corollarijs propoſit. cit. in opere de infinit. parab. circa varia ſolida annulorum

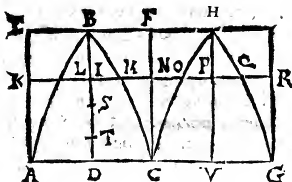
N ſtri-

ſtrictorum ex varijs figuris genitorum, poſſunt deduci etiam in infinitis ſolidis annulorum latorum; quæ autem ea ſint, inſpiciatur ibidem. Nos enim in præſenti non manifeſtabimus niſi infinitorum annulorum tam ſtrictorum, quam latorum centra grauitatis. Nam facili negotio ex dictis in lib.4. infinit. parab. agnoſcemus figuras prædictas eſſe quantitates proportionaliter analogas cum ſuis annulis, tam ſtrictis, quam latis. V. g. facile agnoſcemus figuram A B C, eſſe quantitatem proportionaliter analogam tam cum annulo ſtricto A B C H G, in prima figura, quam cum annulo lato ex eadem A B C, in ſecunda figura. Quare etiam duo annuli ex eadem figura, nempe & ſtrictus, & latus erunt quantitates proportionaliter analogæ tam in magnitudine, quam in grauitate. Sequitur ergo nos habere centra grauitatis omnium illorum annulorum tam ſtrictorum, quam latorum, quorum figurarum genitricium ſupra explicatarum, habemus centrum grauitatis.

Si ergo ſupponamus A B C, eſſe parallelogrammum veluti E C, quod rotetur vel circa ſuum latus FC, vel circa TS, ei parallelum (quod ſemper intelligendum erit in dicendis impoſterum, ne cogamur idem cum lectorum tædio repetere) centrum grauitatis cylindri, vel ei bicylindrici, ſecabit F C, vel T S, in ea ratione, in qua ſecat B D, centrum grauitatis parallelogrammi.

Si verò ſupponamus A B C, nobis repræſentare infinitas parabolas, habebimus centrum grauitatis

infi-



infinitorum annulorum ex ipsis sic secare FC, vt pars terminata ad F, sit ad partem terminatam ad C, in primo annulo ex prima parabola vt 2. ad 1. In sec. vt 3. ad 2. in tertio vt 4. ad 3. & sic in infinitum. Ratio est, quia ex schol. prim. proposit. 2. lib. 2. habemus centrum grauitatis infinitarum parabolarum sic secare BD.

Si autem supponamus ABC, esse quamlibet infinitarum parabolarum, & EC, esse parallelogrammum infinitis parabolis circumscriptum. Habebimus centrum grauitatis infinitorum annulorum ortorum ex reuolutione excessuum infinitorum parallelogrammorum supra infinitas parabolas. Hoc autem centrum grauitatis sic secabit FC, vt pars terminata ad F, sit ad partem terminatam ad C, vt numerus annuli vnitate auctus, ad triplum numerum annuli vnitate auctum. V. g. in primo annulo vt 2. ad 4. In secundo, vt 3. ad 7. In tertio vt 4. ad

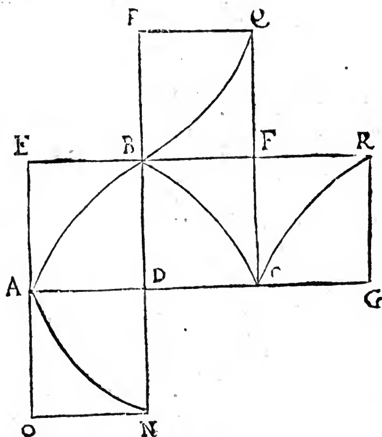
10. & sic in infinitum. Ratio est, quia ex schol. proposit. 8. eiusdem libri centrum grauitatis excessus parallelogrammi EC, supra parabolam sic secat ipsam BD.

Sed supponentes ABC, esse vel semicirculum, vel semiellipsim, vel circuli, aut ellipsis portionem, vel etiam hyperbolam. Habebimus centrum grauitatis annulorum talium figurarum, sed supposita figurarum quadratura. Hæc autem patent vera esse partim ex dictis in lib. 3. vbi in proposit. 24. assignauimus centrum grauitatis semicirculi; & in schol. prim. proposit. 25. omnium ipsius portionum; & in proposit. vltima lib. 4. in qua assignauimus centrum grauitatis omnium partium ellipsis; partim ex dictis in proposit. 22. huius, & in scholio eiusdem, vbi assignauimus centrum grauitatis hyperbolæ. Imo si in schemate illius propositionis, intelligamus excessum parallelogrammi GC, supra hyperbolam ABC, rotari vel circa HC, vel circa ipsi parallelam extra parallelogrammum: ex dictis ibidem, agnoscetur centrum grauitatis annulorum genitorum.

Existimantes autem ABC, esse cycloidem primariam; placitis Torricellij in lib. 1. de motu grau. schol. proposit. 18. annuentes, intelligemus centrum grauitatis annuli ex cycloide sic secare FC, vt pars terminata ad F, sit ad partem terminatam ad C, vt 7. ad 5.

Sed accipiamus schema sequens, in quo intelligamus semiparabolam BAD, duplicari ad partes

basis



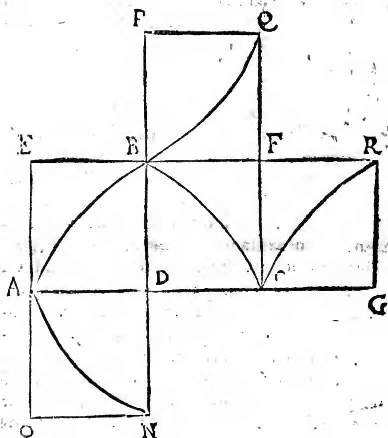
basis A D, adeo vt hæc euadat communis axis duarum ſemiparabolarum ſimul coniunctarum, hancque figuram intelligamus rotari vel circa O N, vel circa parallelam A D, extra figuram: centrum grauitatis productorum annulorum ita ſecabit O N, vel illi parallelam &c. vt pars terminata ad O, ſit ad partem

partem terminatam ad N, vt numerus annuli auctus ternario ad numerum annuli auctum vnitate. Nimirum in primo vt 4. ad 2. In sec. vt 5. ad 3. In tertio vt 6. ad 4. & sic in infinitum. Ita enim ex schol. 2. proposit. 2. lib. 3. centrum æquilibrij semiparabolæ ABD, seù centrum grauitatis figuræ NAB, diuidit AD.

Prædictæ autem figuræ circumscripto parallelogrammo EN, & figura constante ex duobus trilineis NOABE, reuoluta prædicto modo: centrum grauitatis solidi geniti sic secabit ON, vt pars terminata ad O, sit ad partem terminatam ad N, vt vnitas ad numerum annuli vnitate auctum. Nempe in primo vt 1. ad 2. In sec: vt 1. ad 3. In tertio vt 1. ad 4. Et sic in infinitum. Ratio est quia centrum grauitatis talium trilineorum simul coniunctorum sic diuidit AD, vt centrum æquilibrij vnius v. g. AEB, diuidit EB. At ex schol. prim. proposit. 2. lib. 3. EB, in prædicta ratione secatur à tali centro æquilibrij. Quare patet propositum.

At si semiparabola qu elibet intelligatur duplicari ad partes BF, vt figura constans sit CDBQP, & & hæc rotetur vel circa DC, vel circa ipsi parallelam. Centrum grauitatis solidi geniti secabit pariter DC, vt pars terminata ad C, sit ad partem terminatam ad D, vt numerus annuli ternario auctus, ad numerum annuli vnitate auctum. Nempe vt 4. ad 2. vt 5. ad 3. &c. Item si trilineum CBQ, sic rotetur; DC, sic secabitur vt pars terminata ad D,

sit ad



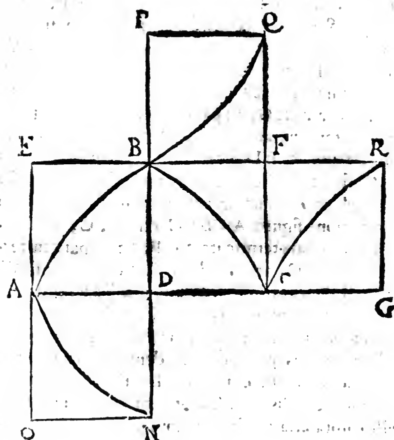
ſit ad partem terminatam ad C, vt numerus annuli vnitate auctus, ad vnitatem. Ratio eſt quia eodem modo ſecatur AD, à centro grauitatis figuræ NAB, ſicuti ſecatur BF, à centro grauitatis figuræ DCBQP; ita tamen vt homologi termini extremi ſint A, & F; D, & B. Item eodem

modo

modo secatur A D, à centro grauitatis figuræ O N A B E, sicuti secatur B F, à centro grauitatis figuræ C B Q; existentibus pariter homologis punctis extremis A, F; D, B.

Cum verò eodem etiam modo secetur B D, à centro grauitatis figuræ A B C, sicuti secatur F C, à centro grauitatis duplicatæ semiparabolæ D B C, in B D C R G: pariter cum eodem modo secetur B D, à centro grauitatis trilineorum A E B F C, sicuti secatur F C, à centro grauitatis ipsius B C R; sequitur quod si intelligamus figuram B D C R G, rotari circa R G, &c. intelligemus pariter R G, sic diuidi à centro grauitatis geniti solidi, vt pars terminata ad R, sit ad partem terminatam ad G, vt numerus annuli vnitate auctus, ad numerum annuli. Nempe vt 2. ad 1. vt 3. ad 2. &c. Item si intelligamus sic rotari figuram B C R; R G, sic secabitur vt pars terminata ad R, sit ad partem terminatam ad G, vt numerus annuli vnitate auctus ad triplum numerum annuli vnitate auctum. Nempe vt 2 ad 4. vt 3. ad 7. vt 4. ad 10. Et sic in infinitum.

Quæ autem dicta sunt supra de parabola quatuor modis disposita, quantum ad assignationem centrorum grauitatis solidorum rotundorum ex ipsa genitorum, patet posse etiam applicari suo modo solidis genitis ex reuolutione portionum circuli, & ellipsis, item semihyperbolæ sic dispositarum. Sed quodnam sit tale centrum relinquimus lectori consideran-

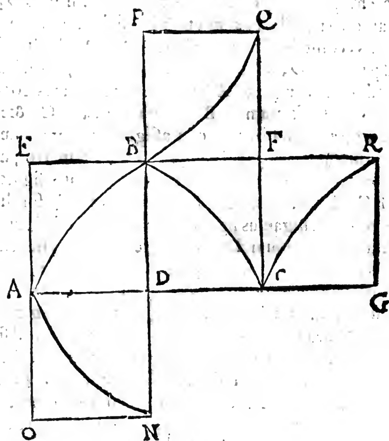


derandum. Præcipuè quia centra grauitatis figurarum genitricium non habentur nisi supposita ipsarum figurarum quadratura. Non sic relinquemus considerandum lectori, in quo puncto ipsius FC, vel ipsi parallelæ, sit centrum grauitatis solidi geniti ex excessu parallelogrammi EC, supra suppositam

O cycloi-

cycloidem primariam ABC, reuoluto vel circa FC, vel circa dictam parallelam: Item in quo puncto ipsius RG, vel ipsi parallelæ sit centrum grauitatis duplicatæ semicycloidis BDCRG, ad partes FC: sed admonebimus, centrum grauitatis solidi orti ex reuolutione figuræ BDCRG, sic secare dictam RG, vt pars terminata ad R, sit ad partem terminatam ad G, vt 7. ad 5. Ratio est, quia ita diuidit BD, centrum grauitatis cycloidis ABC, sicuti diuidit FC, centrum figuræ BDCRG. Item admonebimus, centrum grauitatis solidi orti ex gyratione figuræ AEBFC, circa FC, sic secare FC, vt pars terminata ad F, sit ad partem terminatam ad C, vt 1. ad 3. Ratio est quia sic diuidit BD, centrum grauitatis prædictæ figuræ reuolutæ. Nam cum ex Torricellio de dimensione cycloidis, & ex Tacquet in dissertatione de circulorum volutationibus proposit. 20. demonstratione nunquam satis laudata, constet, AEBFC, esse tertiam partem cycloidis ABC; & cum ex eodem Torricellio supra citato, supponamus centrum grauitatis cycloidis sic secare BD, vt pars terminata ad B, sit ad partem terminatam ad D, vt 7. ad 5; & pariter cum medium punctum BD, sit centrum grauitatis totius parallelogrammi EC, nempe centrum grauitatis parallelogrammi relinquat hinc inde 6, partes, quarum BD, supponitur 12; lector in doctrinis Archimedis exercitatus facile agnoscet, centrum grauitatis prædicti excessus sic secare BD, vt pars

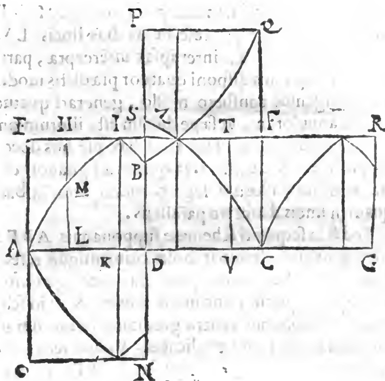
ter-



terminata ad B, sit ad partem terminatam ad D, vt 3. ad 9. seu vt 1. ad 3. Lector autem sic edoctus facile agnoscet etiam centrum grauitatis figuræ BCR, reuolutæ circa RG, &c. sic secare RG, vt pars terminata ad R, sit ad partem terminatam ad G, vt 1. ad 3.

Supponamus autem ABD, esse portionem minorem parabolæ cuiuscunque resectæ linea BD, diametro parallela, adeovt AD, sit basis talis portionis; & intelligamus portionem ABD, duplicari ad partes BD, adeo vt BD, diametro parallela, euadat axis figuræ ABC; & intelligamus consueto modo figuram ABC, rotari circa FC, &c. Ex proposit. 15. lib. 3. in qua assignatur centrum æquilibrij portionis ABD, in BD, diametro parallela, & consequenter centrum grauitatis figuræ ABC, habebimus centrum grauitatis talis solidi. Si vero intelligamus figuræ ABC, circumscriptum parallelogrammum EC; cum excessus ipsius habeamus centrum grauitatis, quia habemus centrum grauitatis & parallelogrammi, & portionis, & ex proposit. 15. lib. pri. habemus rationem parallelogrammi ad figuram, & consequenter illius excessus ad figuram; habebimus etiam centrum grauitatis solidi ex illo excessu circa FC, vel illis parallelam. Quod vero dictum est de figura ABC, patet ex supradictis intelligendum etiam fore de figura BDCRG. Sed si talis figura intelligeretur duplicata ad partes AD, adeovt basis DA, euadat axis figuræ NAB. Ex proposit. 14. lib. 3. habebimus centrum grauitatis annulorum ex NAB, circa ON, vel illi parallelam. Idemque intelligendum est si figura intelligeretur duplicata vt CDBQP.

Si vero in sequenti figura, portio maior AIBD, parabolæ cuiuscunque, cuius basis AD, intelligatur



tur duplicata quatuor modis supra dictis, & intelligamus generari solida prædicta; nihilominus ipsorum solidorum habebimus centra grauitatis. Ratio est quia in proposit. 19. & 20. lib. 3. habemus centra æquilibrij maioris portionis parabolæ cuiuscunque resectæ linea diametro parallela, tam in prædicta linea diametro parallela, quam in basi. Vndè etiam habemus centra grauitatis duplicatæ portionis quatuor

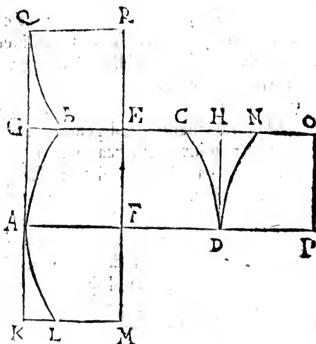
tuor illis modis; & consequenter centra grauitatis illorum annulorum.

Sed si in eodem schemate, portionem LMIBD, parabolæ cuiuscunque resectæ duabus lineis LM, BD, diametro IK, inter ipsas interceptæ, parallelis, intelligamus disponi quatuor prædictis modis, & intelligamus consueto modo, generari quatuor species annulorum, vt sæpe dictum est: illorum omnium sciemus centra grauitatis; hæcque nos docent proposit. 21. & 22. lib. 3. in quibus assignantur centra æquilibrij illorum segmentorum tam in basi, quam in lineis diametro parallelis.

Sed si in sequenti schemate supponamus ABEF, esse segmentum semiparabolæ cuiuscunque resectæ linea BE, basi AF, parallela, intelligamusque hoc aptari quatuor consuetis modis, & vt in schemate. Habebimus centra grauitatis solidorum genitorum modis supra explicatis. Videat lector proposit. 10. lib. 3. in qua assignatur in EF, centrum grauitatis segmenti ABCD; & proposit. 11. in qua assignatur centrum æquilibrij segmenti ABEF, in basi AF.

Sed supponamus FABE, esse vtique segmentum semiparabolæ cuiuscunque, sed sic dispositæ vt AF, sit diameter, & BE, parallela diametro, adeovt FABE, sit segmentum ad diametrum, quod intelligatur duplicatum quatuor modis vt in schemate. Solidorum genitorum consueto modo ex figuris sic dispositis habebimus centra grauitatis. Quia in

pro-



propoſit. 15. & 16. libri 3. habemus centra æquilibrij ſegmenti ad diametrum parabolæ cuiuſcunque, tam in baſi, quam in linea diametro parallela. Solum videtur nobis lectorem admonendum, circumſcriptis figuris parallelogrammis; ſolidum ex exceſſu parallelogrammi GD, ſupra figuram ABCD, habere tale centrum grauitatis, quod ſic ſecet DH, FE, parallelam, vt pars terminata ad D, ſit ad partem terminatam ad H, vt numerus annuli vnitate auctus ad vnitatem. V. g. in primo, vt 2. ad 1. In ſecundo vt 3. ad 1. Et ſic in infinitum. Ratio eſt quia AGB, eſt trilineum

ſimile

ſimile toti trilineo totius ſemiparabolæ, in quo pariter centrum æquilibrij ſic diuidit AG; & conſequenter centrum grauitatis duorum trilineorum AGB, CDH, ſimul ſic diuidit FE, vt pars terminata ad F, ſit ad partem terminatam ad E, vt numerus trilinei vnitate auctus, ad vnitatem. Idem propter eandem rationem, intelligendum eſt de trilineo CDN, reuoluto vel circa ductam per N, ſeù C, ipſi EF, parallelam, vel circa alias parallelas EF, extra trilineum ductas.

Sed tandem ſupponamus ABEF, eſſe ſegmentum intermedium ſemiparabolæ cuiuſcunque reſectæ duabus lineis BE, AF, diametro parallelis, quod ſegmentum intelligatur diſpoſitum quatuor modis. Omnium ſolidorum genitorum conſueto modo nobis innoteſcent centra grauitatis ex propoſit. 17. & 18. lib. 3.

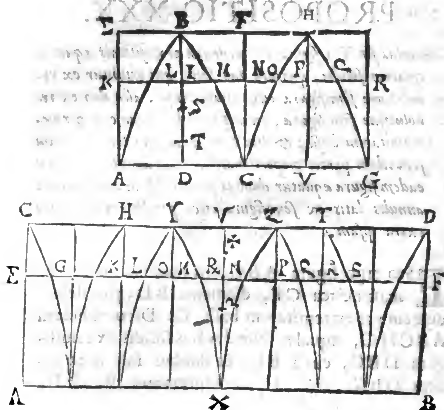
Quot igitur ſolidorum habeantur ex antedicta propoſit. centra grauitatis, de quibus neutiquam cognitio tenebatur, potuit lector animaduertere. Sed non minorem vtilitatem capiemus ex ſequenti propoſitione, quæ, modo ad noſtrum inſtitutum apto, explicata, ducet nos in cognitionem centrorum grauitatis quorundam ſolidorum, quæ vſque nunc geometria ignorauit. Præcipuè ex ipſa venabimur centra grauitatis omnium ſemifuſorum parabolicorum; nempe docebimus in quo puncto baſis ſit centrum grauitatis ſolidi ex ſemiparabola quacunque reuoluta circa baſim.

PRO-

PROPOSITIO XXX.

Annulus strictus figuræ antecedentis propositionis æquatur quatuor solidis, quorum duo sint, qui oriuntur ex reuolutione semifiguræ circa diametrum, alia duo ex reuolutione semifiguræ, circa parallelam diametro per extremitatem basis; & hoc tam secundum totum, quam secundum partes proportionales. Item annulus latus ex eadem figura æquatur duobus primis solidis, & duobus annulis latis ex semifigura circa parallelam diametro extra ipsam.

ESto ergo figura ABC, in primis, quæ reuoluatur circa CF, diametro BD, parallelam ductam per extremitatem basis C. Dico annulum ABCHG, æqualem esse duobus solidis ex semifigura DBC, circa BD, & duobus solidis ex eadem DBC, circa CF. Disponantur ista solida, vt in schemate, sec. adeovt contineantur omnia inter duo plana AB, CD, parallela. Sicuti autem taliter sunt disposita vt duo genita ex reuolutione DBC, circa diametrum occupent medium locum, ità potuissent disponi quocunque alio modo; & sicuti disponuntur vt vnum aliud tangat, ità potuissent disponi vt essent ab inuicem dissita quocunque interuallo. Disposita autem fuerunt sic tanquam concinno modo ad inferenda pulcherrima, quæ ex tali propositione deducentur. Accipiatur in diametro BD,



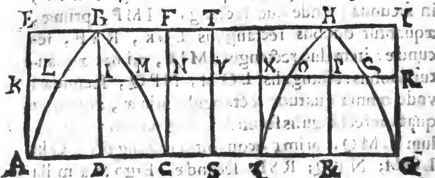
primæ figuræ, quodlibet punctum I, per quod ducatur planum LQ, plano AG, parallelum. Cum autem CA, in secunda figura supponatur æqualis ipsi BD, in prima, fiat CE, æqualis BI, & per E, agatur planum EF, AB, CD, planis parallelum. Rectangulum LMQ, primæ figuræ, diuiditur in rectangula IMQ, & LI, MQ. Rectangulum IMQ, est æquale rectangulis IMP, IM,

IM, PQ, seu MIL. Pariter rectangulum LI, MQ, cum sit æquale rectangulo IMQ, diuiditur in eadem rectangula. Quare colligemus, rectangulum LMQ, æquale esse duobus rectangulis IMP, & duobus rectangulis MIL. Rectangulum IMP, in prima figura, æquatur rectangulo EGK, in secunda; vnde duo rectangula IMP, primæ, æquantur duobus rectangulis EGK, RSF, secundæ: item duo rectangula MIL, primæ, æquantur duobus rectangulis LOM, NPQ, secundæ; vnde omnia quatuor rectangula primæ, æquantur quatuor rectangulis secundæ. Ergo etiam rectangulum LMQ, primæ, æquabitur rectangulis EGk; LOM; NPQ; RSF, secundæ. Ergo & armilla circularis LMQ, solidi primæ figuræ, æquabitur armillis circularibus EGk; RSF, & circulis LOM, NPQ, secundæ. Cum autem puncta I, & E, sumpta sint ad libitum, inuentaque sit æqualitas inter plana prædicta; rectè deducemus, necdum omnes armillas circulares solidi primæ figuræ plano AG, parallelas, æquales esse omnibus armillis circularibus, & omnibus circulis solidorum secundæ; sed etiam solidum primæ æquari omnibus solidis secundæ.

Quod autem probatum fuit de totis, patet eodem modo probari posse de partibus proportionalibus; quia non dissimili modo probabimus partem solidi primæ contentam inter plana parallela LQ, AG, æquari parti solidorum secundæ, conten-

tæ inter plana AB, EF, parallela. Quare patet propositum.

Secunda pars propositionis, nempe quod in sequenti figura, annulus latus ex figura, ABC, circa TS, reuoluta sit equalis duobus solidis ex DBC,



reuoluta circa BD, & duobus ex eadem reuoluta circa TS; facta preparatione simili antecedenti, lector facile proprio Marte cognoscet, discurrendo vt nos supra fecimus. Quare patet propositum.

SCHOLIVM I.

Nec etiam presens propositio in tanta vniuersalitate proposita, videtur vnica constructione probari posse nisi methodo indiuisibilium. In figuris vero particularibus, factis particularibus præparationibus, probari etiam poterit modo Archimedeo. Si enim supponamus ABC, esse figuram ad partes

B, de-

B, deficientem, lector in geometricis peritus facile agnoscet probari posse modo Archimedeo.

Ex his ergo, & ex dictis in lib. 4. de Infinit. Parab. colligemus sæpe replicatam doctrinam; nimirum annulum primę figurę, & solida simul secundę, esse quantitates proportionaliter analogas tam in magnitudine, quam in grauitate. Vnde cum solidum primę sit magnitudo sic analoga cum figura ABC. Sequitur etiam omnia solida secundę figurę simul, esse analoga cum figura ABC, tam in magnitudine, quam in grauitate. Cum autem facile etiam sit cognoscere prędictorum solidorum simul secundę figurę esse centrum grauitatis in VX (vt hoc enim sequatur sic ex industria dispósita fuerunt;) ergo centrum grauitatis prędictorum solidorum simul ita secabit VX, vt centrum grauitatis figurę ABC, secat BD. Ex hac doctrina adinueniemus centrum grauitatis nonnullorum solidorum. Sed prius adnotabimus vnum particulare in sequenti scholio, quod existimamus P. Marium Bettinum Societatis Iesu si viueret, libenter excepisse.

SCHOLIVM II.

Galileus, in postremis Dialogis pag. apud nos 28, loquitur de paradoxo quodam geometrico, in quo intelligit demonstrare circuli circumferentiam æqualem esse puncto. De hoc paradoxo vestigia Galilei sequentes, locuti sumus & in appendicula sexaginta

ginta problematum geometricorum, & in hoc opere in schol. 3. proposit. 10. & in schol. 3. proposit. 18. At P. Bettinus supradictus in tom. 3. sui Ærarij pareg. geom. schol. prim. & alibi, admonet paradoxum præsens nequaquam intelligendum esse geometricè, sed physicè: nam geometricè loquendo, Euclides, doctrinaque eius tradita in defin. 3. lib. 5. Element. ab omnibusque passim recepta huic asserto aduersatur. Proportio enim est duarum magnitudinum eiusdem generis, quatenus ad quantitatem pertinet, mutua quædam habitudo. Quando ergo comparatur circumferentia cum puncto, & colligitur æqualitas, sit comparatio impropria, & quæ non est, cum sint quantitates diuersorum generum. At non deest alius medius terminus geometricus ostendens Galilei Parallogismum si intelligat geometricè loqui, non physicè. Hicque nobis suppeditatur ab antecedenti propositione, antecedentibusque solidis. Nam ad modum Galilei discurrentes, in maximum absurdum incideremus: ostenderemus enim circuli circumferentiam æqualem esse duabus circuli circumferentijs, quarum vnaquæque priori esset æqualis, & insuper duobus punctis. Cum enim probatum sit, solidum ex A B C, in prima figura, æquale esse quatuor solidis in secunda figura tam secundum totum, quam secundum partes proportionales; sequeretur ex doctrina Galilei, quod cum tandem solidum A B C H G, in prima figura desinat in circumferentia circuli, cuius diameter B H; item
qua-

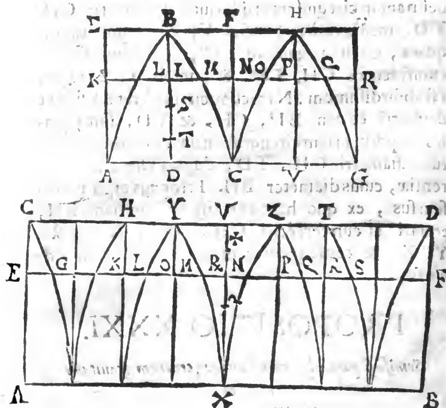
quatuor solidorum in secunda figura, duo extrema desinant in circumferentijs, quarum diametri CH, TD, media verò in punctis Y, Z; sequeretur inquam, circumferentiam BH, æqualem esse circumferentijs CH, TD, & punctis Y, Z. Quod est absurdissimum. Nam cum circumferentiæ sint vt diametri, & cum BH, CH, & TD, sint æquales; sequitur etiam circumferentias circulorum, quorum diametri CH, TD, duplas esse circumferentiæ, cuius diameter BH. Erroneus ergo est discursus, ex quo hauritur circumferentiam BH, æquari circumferentijs CH, TD, & punctis Y, Z; & consequenter erroneus est Galilei discursus.

PROPOSITIO XXXI.

Semifusi parabolici cuiuscunque; centrum grauitatis reperire.

ESto ABD, semiparabola quæcunque in prima figura, cuius diameter AD, basis BD, quæ reuoluta circa basim BD, generet semifusum parabolicum; huius oportet centrum grauitatis assignare. Semiparabola ABD, intelligatur duplicata ad partes basis BD, & figura ABC, ex duabus semiparabolis constans intelligatur rotari circa FC, BD, parallelam. Item in secunda figura intelligantur quatuor solida sic disposita, vt duo extrema AH,

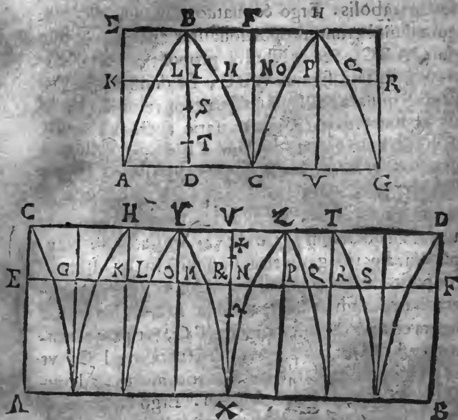
TB,



T B, sint illa, quæ oriuntur ex semiparabola DBC, reuoluta circa CF, duo vero media sint illa, quæ oriuntur ex reuolutione semiparabolæ A B D, circa basim B D, nempe sint duo semifusi parabolici ex data semiparabola. Ex proposit. anteced. constat quatuor solida secundæ figuræ esse proportionaliter analoga cum solido A B C H G, primæ. Sed solidum A B C H G, primæ est proportionaliter

ana-

analogum cum figura ABC, constante ex duabus semiparabolis. Ergo & quatuor solida secundæ figuræ simul erunt proportionaliter analoga cum figura ABC. Sed ex schol. 2. proposit. 2 lib. 3. centrum grauitatis figuræ ABC, sic diuidit BD, vt pars terminata ad B, sit ad partem terminatam ad D, vt numerus parabolæ ternario auctus ad numerum parabolæ vnitate auctum. Ergo & centrum grauitatis quatuor solidorum secundæ figuræ simul sic secabit VX, vt pars terminata ad V, sit ad partem terminatam ad X, vt numerus parabolæ ternario auctus ad numerum parabolæ vnitate auctum. Supponatur à perito geometra, sic diuisa in ℞. Item ex proposit. 18. lib. 4. de infin. parab. constat centrum grauitatis solidi ex semiparabola DBC, in prima figura circa CF, sic diuidere FC, vt pars terminata ad F, sit ad partem terminatam ad C, vt duplus numerus parabolæ ternario auctus, ad duplum numerum vnitate auctum. Ergo & centrum grauitatis solidorum extremorum in secunda figura, sic secabunt lineas circa quas semiparabolæ intelliguntur reuolutæ. Cum ergo talia solida sint ex instituto sic disposita, vt commune amborum centrum grauitatis cadat in VX: si ergo VX, sic diuidatur in ✳, vt V✳, sit ad ✳X, vt duplus numerus parabolæ ternario auctus, ad duplum numerum parabolæ vnitate auctum; ✳ erit centrum grauitatis illorum solidorum simul. Cum ergo in VX, sit centrum grauitatis tam quatuor solidorum simul,



quam duorum extremorum; ergo & reliquorum duorum mediorum simul erit in VX, centrum grauitatis. Hoc autem reperietur si fiat reciprocè vt duo media ad duo extrema, sic ✠℞, ad ℞ 2. Cum ergo ex corollar. prim. proposit. 4. lib. 3. sit solidum vnum medium ad vnum solidorum extremorum, nempe duo media ad duo extrema, vt numerus parabolæ ad numerum parabolæ vnitate auctum; si fiat

vt numerus parabolæ ad numerum parabolæ vnitate auctum, sic ✱℞, ad ℞ 2. Erit 2, centrum grauitatis duorum solidorum mediorum simul. Sed cum hæc fuerint sic disposita vt centrum grauitatis vniuscuiusque ipsorum sic secet illorum axim; si ergo axis BD, semifusi in prima figura, sic secetur in Γ, vt BΓ, sit ad ΓD, vt V2, ad 2✱: erit Γ, centrum grauitatis semifusi ABC, orti ex reuolutione semiparabolæ ABD, circa basim BD. Quod erat reperiendum.

SCHOLIVM.

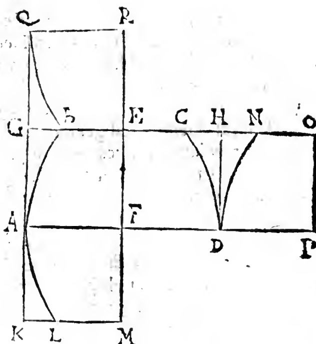
Inuentio huius centri grauitatis non continet aliquam seriem ordinatam. Verum tamen est, quod quilibet numero poterit exprimere rationem in qua secetur BD, à centro grauitatis talis semifusi, si ordinem obseruauerit, quem nos tenemus in inuentione talis centri in semifuso parabolico quadratico. In primo enim semifuso, cum sit conus, iam patet BD, sic secari vt pars ad B, sit ad partem ad D, vt 3. ad 1. In quadratico verò, consequenter ad supra dicta, si BD, sic secetur in S, vt BS, sit ad SD, vt numerus parabolæ ternario auctus ad numerum parabolæ vnitate auctum; quarum BD, erit 8, talium BS, erit 5, & quarum BD, erit 12, talium BS, erit 7, cum dimidia. Item si secetur in I, vt BI, sit ad ID, vt duplus numerus ternario auctus, ad duplum numerum vnitate auctum,

tuor illis modis; & consequenter centra grauitatis illorum annulorum.

Sed si in eodem schemate, portionem LMIBD, parabolæ cuiuscunque resectæ duabus lineis LM, BD, diametro IK, inter ipsas interceptæ, parallelis, intelligamus disponi quatuor prædictis modis, & intelligamus consueto modo, generari quatuor species annulorum, vt sæpe dictum est: illorum omnium sciemus centra grauitatis; hæcque nos docent proposit. 21. & 22. lib. 3. in quibus assignantur centra æquilibrij illorum segmentorum tam in basi, quam in lineis diametro parallelis.

Sed si in sequenti schemate supponamus ABEF, esse segmentum semiparabolæ cuiuscunque resectæ linea BE, basi AF, parallela, intelligamusque hoc aptari quatuor consuetis modis, & vt in schemate. Habebimus centra grauitatis solidorum genitorum modis supra explicatis. Videat lector proposit. 10. lib. 3. in qua assignatur in EF, centrum grauitatis segmenti ABCD; & proposit. 11. in qua assignatur centrum æquilibrij segmenti ABEF, in basi AF.

Sed supponamus FABE, esse vtique segmentum semiparabolæ cuiuscunque, sed sic dispositæ vt AF, sit diameter, & BE, parallela diametro, adeovt FABE, sit segmentum ad diametrum, quod intelligatur duplicatum quatuor modis vt in schemate. Solidorum genitorum consueto modo ex figuris sic dispositis habebimus centra grauitatis. Quia in pro-



propoſit. 15. & 16. libri 3. habemus centra æquilibrij ſegmenti ad diametrum parabolæ cuiuſcunque, tam in baſi, quam in linea diametro parallela. Solum videtur nobis lectorem admonendum, circumſcriptis figuris parallelogrammis; ſolidum ex exceſſu parallelogrammi GD, ſupra figuram ABCD, habere tale centrum grauitatis, quod ſic ſecet DH, FE, parallelam, vt pars terminata ad D, ſit ad partem terminatam ad H, vt numerus annuli vnitate auctus ad vnitatem. V. g. in primo, vt 2. ad 1. In ſecundo vt 3. ad 1. Et ſic in infinitum. Ratio eſt quia AGB, eſt trilineum

ſimile

simile toti trilineo totius semiparabolæ, in quo pariter centrum æquilibrij sic diuidit AG; & consequenter centrum grauitatis duorum trilineorum AGB, CDH, simul sic diuidit FE, vt pars terminata ad F, sit ad partem terminatam ad E, vt numerus trilinei vnitate auctus, ad vnitatem. Idem propter eandem rationem, intelligendum est de trilineo CDN, reuoluto vel circa ductam per N, seù C, ipsi EF, parallelam, vel circa alias parallelas EF, extra trilineum ductas.

Sed tandem supponamus ABEF, esse segmentum intermedium semiparabolæ cuiuscunque resectæ duabus lineis BE, AF, diametro parallelis, quod segmentum intelligatur dispositum quatuor modis. Omnium solidorum genitorum consueto modo nobis innotescent centra grauitatis ex proposit. 17. & 18. lib. 3.

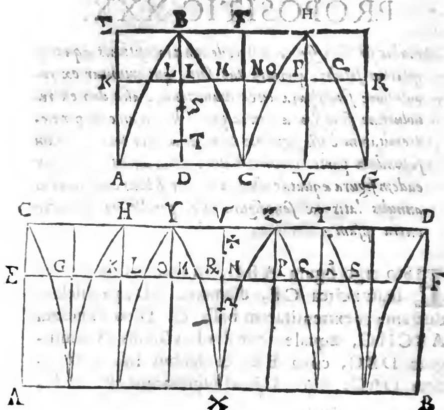
Quot igitur solidorum habeantur ex antedicta proposit. centra grauitatis, de quibus neutiquam cognitio tenebatur, potuit lector animaduertere. Sed non minorem vtilitatem capiemus ex sequenti propositione, quæ, modo ad nostrum institutum apto, explicata, ducet nos in cognitionem centrorum grauitatis quorundam solidorum, quæ vsque nunc geometria ignorauit. Præcipuè ex ipsa venabimur centra grauitatis omnium semifusorum parabolicorum; nempe docebimus in quo puncto basis sit centrum grauitatis solidi ex semiparabola quacunque reuoluta circa basim.

PRO-

PROPOSITIO XXX.

Annulus strictus figuræ antecedentis propositionis æquatur quatuor solidis, quorum duo sint, qui oriuntur ex reuolutione semifiguræ circa diametrum, alia duo ex reuolutione semifiguræ, circa parallelam diametro per extremitatem basis; & hoc tam secundum totum, quam secundum partes proportionales. Item annulus latus ex eadem figura æquatur duobus primis solidis, & duobus annulis latis ex semifigura circa parallelam diametro extra ipsam.

ESto ergo figura ABC, in primis, quæ reuoluatur circa CF, diametro BD, parallelam ductam per extremitatem basis C. Dico annulum ABCHG, æqualem esse duobus solidis ex semifigura DBC, circa BD, & duobus solidis ex eadem DBC, circa CF. Disponantur ista solida, vt in schemate, sec. adeovt contineantur omnia inter duo plana AB, CD, parallela. Sicuti autem taliter sunt disposita vt duo genita ex reuolutione DBC, circa diametrum occupent medium locum, ita potuissent disponi quocunque alio modo; & sicuti disponuntur vt vnum aliud tangat, ità potuissent disponi vt essent ab inuicem dissita quocunque interuallo. Disposita autem fuerunt sic tanquam concinno modo ad inferenda pulcherrima, quæ ex tali propositione deducentur. Accipiatur in diametro BD,



primæ figuræ, quodlibet punctum I, per quod ducatur planum LQ, plano AG, parallelum. Cum autem CA, in secunda figura supponatur æqualis ipsi BD, in prima, fiat CE, æqualis BI, & per E, agatur planum EF, AB, CD, planis parallelum. Rectangulum LMQ, primæ figuræ, diuiditur in rectangula IMQ, & LI, MQ. Rectangulum IMQ, est æquale rectangulis IMP,

IM,

IM, PQ, seù MIL. Pariter rectangulum LI, MQ, cum sit æquale rectangulo IMQ, diuiditur in eadem rectangula. Quare colligemus, rectangulum LMQ, æquale esse duobus rectangulis IMP, & duobus rectangulis MIL. Rectangulum IMP, in prima figura, æquatur rectangulo EGK, in secunda; vnde duo rectangula IMP, primæ, æquantur duobus rectangulis EGK, RSF, secundæ: item duo rectangula MIL, primæ, æquantur duobus rectangulis LOM, NPQ, secundæ; vnde omnia quatuor rectangula primæ, æquantur quatuor rectangulis secundæ. Ergo etiam rectangulum LMQ, primæ, æquabitur rectangulis EGK, LOM; NPQ; RSF, secundæ. Ergo & armilla circularis LMQ, solidi primæ figuræ, æquabitur armillis circularibus EGk; RSF, & circulis LOM, NPQ, secundæ. Cum autem puncta I, & E, sumpta sint ad libitum, inuentaque sit æqualitas inter plana prædicta; rectè deducemus, nedum omnes armillas circulares solidi primæ figuræ plano AG, parallelas, æquales esse omnibus armillis circularibus, & omnibus circulis solidorum secundæ; sed etiam solidum primæ æquari omnibus solidis secundæ.

Quod autem probatum fuit de totis, patet eodem modo probari posse de partibus proportionalibus; quia non dissimili modo probabimus partem solidi primæ contentam inter plana parallela LQ, AG, æquari parti solidorum secundæ, conten-

B, deficientem, lector in geometricis peritus facile agnoscet probari posse modo Archimedeo.

Ex his ergo, & ex dictis in lib. 4. de Infinit. Parab. colligemus sæpe replicatam doctrinam; nimirum annulum primę figurę, & solida simul secundę, esse quantitates proportionaliter analogas tam in magnitudine, quam in grauitate. Vnde cum solidum primę sit magnitudo sic analoga cum figura ABC. Sequitur etiam omnia solida secundę figurę simul, esse analoga cum figura ABC, tam in magnitudine, quam in grauitate. Cum autem facile etiam sit cognoscere prędictorum solidorum simul secundę figurę esse centrum grauitatis in VX (vt hoc enim sequatur sic ex industria disposita fuerunt;) ergo centrum grauitatis prędictorum solidorum simul ita secabit VX, vt centrum grauitatis figurę ABC, secat BD. Ex hac doctrina adinueniemus centrum grauitatis nonnullorum solidorum. Sed prius adnotabimus vnum particulare in sequenti scholio, quod existimamus, P. Marium Bettinum Societatis Iesu si viueret, libenter excepisse.

SCHOLIVM II.

Galileus, in postremis Dialogis pag. apud nos 28, loquitur de paradoxo quodam geometrico, in quo intelligit demonstrare circuli circumferentiam ęqualem esse puncto. De hoc paradoxo vestigia Galilei sequentes, locuti sumus & in appendicula sexa-

ginta

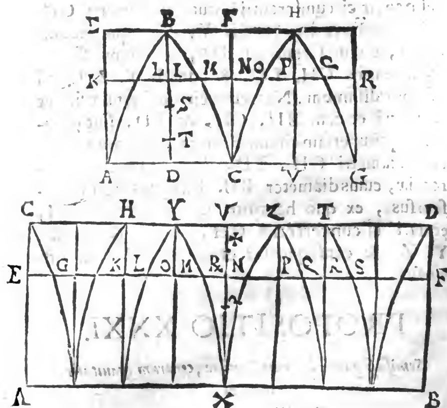
ginta problematum geometricorum, & in hoc opere in schol. 3. proposit. 10. & in schol. 3. proposit. 18. At P. Bettinus supradictus in tom. 3. sui Ærarij pareg. geom. schol. prim. & alibi, admonet paradoxum præsens nequaquam intelligendum esse geometricè, sed physicè: nam geometricè loquendo, Euclides, doctrinaque eius tradita in defin. 3. lib. 5. Element. ab omnibusque passim recepta huic asserto aduersatur. Proportio enim est duarum magnitudinum eiusdem generis, quatenus ad quantitatem pertinet, mutua quædam habitudo. Quando ergo comparatur circumferentia cum puncto, & colligitur æqualitas, fit comparatio impropria, & quæ non est, cum sint quantitates diuersorum generum. At non deest alius medius terminus geometricus ostendens Galilei Parallogismum si intelligat geometrice loqui, non physicè. Hicque nobis suppeditatur ab antecedenti propositione, antecedentibusque solidis. Nam ad modum Galilei discurrentes, in maximum absurdum incideremus: ostenderemus enim circuli circumferentiam æqualem esse duabus circuli circumferentijs, quarum vnaquæque priori esset æqualis, & insuper duobus punctis. Cum enim probatum sit, solidum ex ABC, in prima figura, æquale esse quatuor solidis in secunda figura tam secundum totum, quam secundum partes proportionales; sequeretur ex doctrina Galilei, quod cum tandem solidum ABCHG, in prima figura desinat in circumferentia circuli, cuius diameter BH; item
qua-

quatuor ſolidorum in ſecunda figura, duo extrema deſinant in circumferentijs, quarum diametri CH, TD, media verò in punctis Y, Z; ſequeretur inquam, circumferentiam BH, æqualem eſſe circumferentijs CH, TD, & punctis Y, Z. Quod eſt abſurdiſſimum. Nam cum circumferentiæ ſint vt diametri, & cum BH, CH, & TD, ſint ęquales; ſequitur etiam circumferentias circulorum, quorum diametri CH, TD, duplas eſſe circumferentiæ, cuius diameter BH. Erroneus ergo eſt diſcurſus, ex quo hauritur circumferentiam BH, ęquari circumferentijs CH, TD, & punctis Y, Z; & conſequenter erroneus eſt Galilei diſcurſus.

PROPOSITIO XXXI.

Semifuſi parabolici cuiuſcunque, centrum grauitatis reperire.

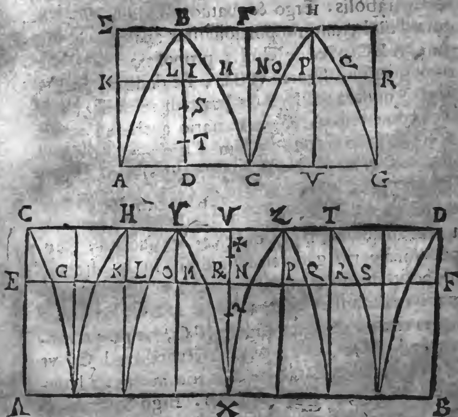
ESto ABD, ſemiparabola quæcunque in prima figura, cuius diameter AD, baſis BD, quæ reuoluta circa baſim BD, generet ſemifuſum parabolicum; huius oportet centrum grauitatis aſſignare. Semiparabola ABD, intelligatur duplicata ad partes baſis BD, & figura ABC, ex duabus ſemiparabolis conſtans intelligatur rotari circa FC, BD, parallelam. Itèm in ſecunda figura intelligantur quatuor ſolida ſic diſpoſita, vt duo extrema AH, TB,



T B, sint illa, quæ oriuntur ex semiparabola DBC, reuoluta circa CF, duo vero media sint illa, quæ oriuntur ex reuolutione semiparabolæ ABD, circa basim BD, nempe sint duo semifusi parabolici ex data semiparabola. Ex proposit. anteced. constat quatuor solida secundæ figuræ esse proportionaliter analoga cum solido ABCHG, primæ. Sed solidum ABCHG, primæ est proportionaliter

ana-

analogum cum figura ABC, constante ex duabus semiparabolis. Ergo & quatuor solida secundæ figuræ simul erunt proportionaliter analoga cum figura ABC. Sed ex schol. 2. proposit. 2. lib. 3. centrum grauitatis figuræ ABC, sic diuidit BD, vt pars terminata ad B, sit ad partem terminatam ad D, vt numerus parabolæ ternario auctus ad numerum parabolæ vnitate auctum. Ergo & centrum grauitatis quatuor solidorum secundæ figuræ simul sic secabit VX, vt pars terminata ad V, sit ad partem terminatam ad X, vt numerus parabolæ ternario auctus ad numerum parabolæ vnitate auctum. Supponatur à perito geometra, sic diuisa in ℞. Item ex proposit. 18. lib. 4. de infin. parab. constat centrum grauitatis solidi ex semiparabola DBC, in prima figura circa CF, sic diuidere FC, vt pars terminata ad F, sit ad partem terminatam ad C, vt duplus numerus parabolæ ternario auctus, ad duplum numerum vnitate auctum. Ergo & centrum grauitatis solidorum extremorum in secunda figura, sic secabunt lineas circa quas semiparabolæ intelliguntur reuolutæ. Cum ergo talia solida sint ex instituto sic disposita, vt commune amborum centrum grauitatis cadat in VX: si ergo VX, sic diuidatur in ✳, vt V✳, sit ad ✳X, vt duplus numerus parabolæ ternario auctus, ad duplum numerum parabolæ vnitate auctum; ✳ erit centrum grauitatis illorum solidorum simul. Cum ergo in VX, sit centrum grauitatis tam quatuor solidorum simul,



quam duorum extremorum; ergo & reliquorum duorum mediorum simul erit in VX, centrum grauitatis. Hoc autem reperietur si fiat reciprocè vt duo media ad duo extrema, sic ✠℞, ad ℞2. Cum ergo ex corollar. prim. proposit. 4. lib. 3. sit solidum vnum medium ad vnum solidorum extremorum, nempe duo media ad duo extrema, vt numerus parabolæ ad numerum parabolæ vnitate auctum; si fiat

vt

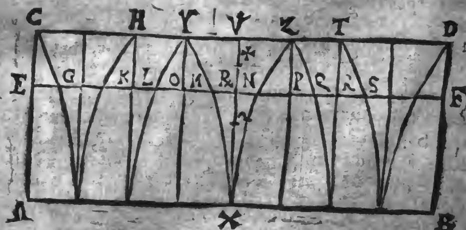
vt numerus parabolæ ad numerum parabolæ vnitate auctum, sic ✱℞, ad ℞ 2. Erit 2, centrum grauitatis duorum solidorum mediorum simul. Sed cum hæc fuerint sic disposita vt centrum grauitatis vniuscuiusque ipsorum sic secet illorum axim; si ergo axis BD, semifusi in prima figura, sic secetur in Γ, vt BΓ, sit ad ΓD, vt V2, ad 2✱: erit Γ, centrum grauitatis semifusi ABC, orti ex reuolutione semiparabolæ ABD, circa basim BD. Quod erat reperiendum.

SCHOLIVM.

Inuentio huius centri grauitatis non continet aliquam seriem ordinatam. Verum tamen est, quod quilibet numero poterit exprimere rationem in qua secetur BD, à centro grauitatis talis semifusi, si ordinem obseruauerit, quem nos tenemus in inuentione talis centri in semifuso parabolico quadratico. In primo enim semifuso, cum sit conus, iam patet BD, sic secari vt pars ad B, sit ad partem ad D, vt 3. ad 1. In quadratico verò, consequenter ad supra dicta; si BD, sic secetur in S, vt BS, sit ad SD, vt numerus parabolæ ternario auctus ad numerum parabolæ vnitate auctum; quarum BD, erit 8, talium BS, erit 5, & quarum BD, erit 12, talium BS, erit 7, cum dimidia. Item si secetur in I, vt BI, sit ad ID, vt duplus numerus ternario auctus, ad duplum numerum vnitate auctum,

Q 2 qua-





quarum BD, erit 12, BI, erit 7. Ergo quarum BD, erit 12, talium BI, erit 7; BS, 7, cum dimidio IS, dimidium; ID, 5; DS, 4. cum dimidio. Fiat ergo vt numerus parabolæ ad numerum parabolæ vnitate auctum sic IS, ad ST. Ergo quarum partium IS, est 2, talium ST, erit tria. Cum ergo quarum BD, erat 12, talium BS, esset 7, cum dimidio, & IS, dimidium. Ergo quarum BD,

erit

erit 24; IS, erit 1; & BS, 15. Et qualium BD, erit 48, talium IS, erit 2, & BS, 30. Sed qualium IS, erat 2, talium ST, erat 3. Ergo qualium BD, erit 48, talium BT, erit 33, & TD, 15. Ergo centrum grauitatis semifusi parabolici quadratici sic diuidit BD, in T, vt BT, sit ad TD, vt 33, ad 15; & subtriplando terminos, vt 11, ad 5.

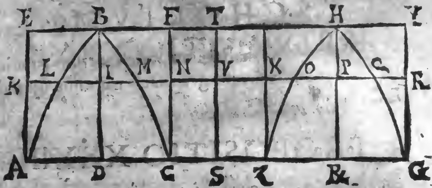
Sed non solum supradicta methodo reperiemus centrum grauitatis semifusi parabolici, sed etiam excessus cylindri ipsi circumscripti supra ipsum; nempe centrum grauitatis solidi ex trilineo EBA, in prima figura, reuoluto circa basim semiparabolæ BD. Cum autem tale centrum facilius inueniatur alio modo, ideo hunc experiemur in parabola quadratica in numeris. Supponamus ergo BD, sectam bifariam in S, & in T, sic vt BT, sit ad TD, vt 11, ad 5. adeo vt T, sit centrum grauitatis semifusi ABC. Ergo quarum BD, erit 16, talium ST, erit 3, & BS, 8. Ergo qualium BD, erit 37, cum tertia parte; talium ST, erit 7, & BS, 18, cum duobus tertijs. Cum autem ex schol. prim. proposit. 14. lib 2. sit excessus cylindri circumscripti semifuso ad ipsum vt 7, ad 8, & si fiat vt talis excessus ad semifusum, sic reciprocè TS, ad SI, sit I, centrum grauitatis prædicti excessus; erit SI, 8, qualium BS, est 18, cum duobus tertijs. Ergo talium reliqua BI, erit 10, cum duobus tertijs. Qualium ergo BD, est 37, cum tertia parte, erit BI, 10, cum duabus tertijs partibus, & reliqua DI, 26, cum duobus tertijs.

tijs. Ergo centrum grauitatis prædicti excessus secat BD, in I, in prædicta ratione.

PROPOSITIO XXXII.

Semifusi hyperbolici cuiuscunque, supposita hyperbolæ quadratura, possumus centrum grauitatis reperire.

SVpponamus in seq. figura DBC, esse semihyperbolam, cuius diameter CD, basis BD, latus transuersum CZ, centrum S. Dico, supposita hyperbolæ quadratura, nos posse reperire centrum grauitatis semifusi hyperbolici ABC. Disponantur quatuor solida vt supra, & vt in secunda figura, sed duo extrema AH, TB, intelligantur esse annulos non strictos, vt schema exprimit, sed latos, ortos ex rotatione semihyperbolæ DBC, seq. figuræ circa secundam diametrum TS. Ergo horum quatuor solidorum sic dispositorum vt in illa figura habemus centrum grauitatis in VX, quia habemus centrum grauitatis solidi ABCZHG, seq. figuræ, quod ex proposit. 30. est proportionaliter analogum cum quatuor solidis secundæ figuræ. Habemus autem centrum grauitatis solidi ABCZHG, quia habemus in basi BD, centrum grauitatis figuræ ABC, constantis ex duabus semihyperbolis, ex proposit. 12. in qua, supposita hyperbola quadratura, inuentum fuit centrum æquilibrij semihyperbolæ DBC, in basi BD, & consequen-



ſequenter centrum grauitatis in BD, ipſius ABC. Pariter, cum ex ſchol. 3. prop. 26. habeamus centrum grauitatis, ſine ſuppoſitione quadraturæ hyperbolæ, annuli lati ex ſemihyperbola DBC, in hac figura reuoluta circa ſecundam diametrum TS; habebimus conſequenter ad ſupra dicta, in ſecunda figura, in VX, centrum grauitatis duorum ſolidorum extremorum, nempe duorum annulorum latorum AH, TB. Inſuper ex ſchol. 2. prop. 32. ſuppoſita hyperbolæ quadratura, habemus in hac figura rationem, quam habet annulus latus DBCZH&, ad ſemifuſum ABC; & conſequenter in ſecunda figura, habemus rationem duorum ſolidorum extremorum ſimul ad duo ſolida media. Ergo conſequenter habebimus in VX, ſecundæ figuræ centrum grauitatis duorum ſolidorum mediorum ſimul. Et pariter in hac figura, habebimus centrum in BD, ſemifuſi ABC. Quod &c.

SCHO-

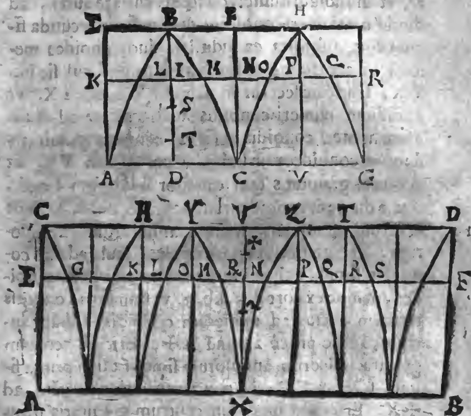
SCHOLIVM.

Sed non solum habebimus tale centrum grauitatis, sed etiam centrum grauitatis excessus cylindri EC, supra ipsum.

PROPOSITIO XXXIII.

Annuli stricti ex semiparabola quacunque, cuius exponens sit numerus par, reuoluta circa parallelam diametro ductam per extremitatem basis, centrum grauitatis assignare.

ESto semiparabola quæcunque DBC, cuius exponens sit numerus par, sitque eius diameter BD, basis DC, & intelligamus DBC, rotari circa CF, parallelam diametro BD, ductam per C: oporteat annuli producti centrum grauitatis reperire. Intelligamus semiparabolam duplicari ad partes BD, vt fiat tota parabola ABC, & intelligamus hanc totam rotari circa FC, vt fiat annulus ABCHG. Cum hic annulus ex proposit. 30. sit æqualis quatuor solidis dictis in illa propositione, disponantur hęc solida vt in secunda figura. Ergo horum quatuor solidorum simul centrum grauitatis ita secabit VX, vt secat BD, centrum grauitatis parabolæ ABC. Sed ex schol. prim. proposit. 2. lib. 3. hoc centrum ita secat BD, vt pars terminata ad B, sit ad

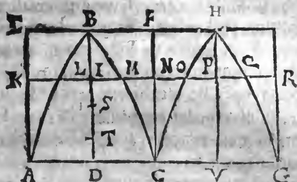


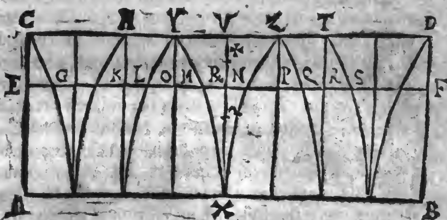
ſit ad partem terminatam ad D, vt numerus parabolæ vnitate auctus ad numerum parabolæ. Ergo ſi V X, ſic ſecetur in ℞, vt ſit V℞, ad ℞X, vt numerus parabolæ, ſeù annuli vnitate auctus, ad numerum parabolæ; erit ℞, centrum grauitatis ſolidorum quatuor ſimul ſumptorum. Pariter, quoniam ex propoſit. 14. lib. 4. centrum grauitatis conoidis ABC, ſic in prima figura diuidit BD, vt

pars terminata ad B, fit ad partem terminatam ad D, vt dimidium numeri conoidis vnitate aucti, ad dimidium numeri conoidis; & cum sic in secunda figura sint disposita ex industria duo conoidea media, vt centrum grauitatis amborum simul sit in VX; si hæc sic secetur in 2, vt sit V 2, ad 2 X, vt dimidium numeri conoidis aucti vnitate ad dimidium numeri conoidis; erit 2, centrum grauitatis duorum conoideorum simul. Cum ergo in VX, sit centrum grauitatis tam quatuor solidorum simul, quam duorum conoideorum; ergo & in VX, erit centrum grauitatis duorum annulorum extremorum. Si ergo fiat vt duos annulos simul, ad duo conoidea simul, vel vt vnus annulus ad vnum conoides, nempe ex coroll. 3. lib. 3. vt numerus conoidis ternario auctus ad numerum conoidis vnitate auctum, sic reciprocè 2 ℞, ad ℞✠. Erit ✠ centrum grauitatis duorum annulorum simul. Et si in prima figura secetur FC, in puncto in ratione F✠, ad ✠X. Erit illud inuentum centrum grauitatis illius annuli. Res de se patet. Quare &c.

SCHOLIVM.

Sed nec etiam inuentio huius centri continet aliquam pulchram seriem; quilibet tamen assignabit in numeris rationem secundum quam diuiditur FC, à centro grauitatis prædicti annuli, si notabit sequentem ordinem quem tenemus in annulo seu parabolæ qua-





quadraticæ. In illa enim V X, sic secatur in ℞, centro grauitatis quatuor solidorum simul, vt V ℞, sit ad ℞ X, vt 3. ad 2. In 2. vero vt V 2, sit ad 2 X, vt 2, ad 1, nempe vt 3, cum tertia parte, ad 1, cum duobus tertijs. Ergo qualium V X, est 5, talium V ℞, est 3, & V 2, est 3, cum tertia parte; ℞ 2, tertia pars; & qualium V X, est 15, talium V ℞, est 9; V 2, 10; & ℞ 2, vnitas.

Qualium ergo ℞2, est 5, talium VX, est 75, V℞, 45, & V2, 50. Cum ergo qualium ℞2, est 5, talium ℞✱, sit 3. Ergo qualium VX, est 75, talium V✱, erit 42. VX, ergo centrum grauitatis duorum annulorum secabitur in ✱, & consequenter FC, sic secabitur à centro grauitatis prædicti annuli quadratici v. g. in N, vt FN, sit ad NC, vt 42, ad 33; nempe subtriplando terminos, vt 14, ad 11.

Habito autem centro grauitatis talis annuli, non ignorabitur centrum grauitatis conici BCH, orti ex rotatione trilinei BFC, circa basim FC. Quod licet possit haberi independenter ab inuento centro grauitatis annuli, vt patet ex superioribus, considerando per se, solidum ortum ex reuolutione excessus parallelogrammi EC, supra parabolam ABC, circa FC, faciendo dispositionem vt supra; facilius tamen inuenietur ex centro annuli ex semiparabola prius inuento. Nam habetur etiam centrum grauitatis totius cylindri DH; & ex proposit. 15. lib. 2. habetur ratio prædicti annuli ad conicum BCH. Hoc autem sic in numeris inuenietur in conico quadratico: supponamus in secunda figura (in qua faciemus operationem in VX, & quam in ipsa faciemus intelligemus factam in FC) VX, esse sectam bifariam in ℞, & in 2, vt V2, sit ad 2X, vt 14, ad 11. Ergo ℞, erit centrum grauitatis totius cylindri annulo circumscripti, & 2, erit ex dictis, centrum grauitatis annuli. Ergo qualium to-

ta

ta VX, est 25; V2, 14; & 2X, 11; talium V ℞, erit 12, cum dimidia; & ℞2, 1, cum dimidia. Cum ergo ex secunda parte proposit. 15, lib. secun. sit diuidendo conicus BCH, ad annulum vt 2, ad 10, seù vt 1, ad 5; & si fiat reciprocè vt conicus, ad annulum, nempe vt 1, ad 5, sic 2℞, ad ℞✠, sit ✠, centrum grauitatis conici; & cum sit vt 1, ad 5; sic vnum cum dimidio ad 7, cum dimidio. Ergo ✠℞, erit 7, cum dimidio. Quare reliqua V✠, erit 5, & ✠X, 20. Ergo VX, sic secatur in ✠, & FC, v. g. in N, à centro grauitatis conici BCH, vt CN, sit ad NF, vt 20, ad 5, seù vt 4. ad 1.

PROPOSITIO XXXIV.

Annuli stricti orti ex reuolutione semihyperbolæ, vt in anteced. proposit. supposita hyperbolæ quadratura, possumus centrum grauitatis assignare.

SEd supponamus DBC, esse semihyperbolam, &c. Dico etiam nos posse assignare centrum grauitatis annuli stricti ex semihyperbola DBC, circa FC. Reuoluta enim hyperbola ABC, tota circa FC, vt fiat annulus ABCHG, cum hic sit æqualis quatuor solidis dispositis vt in secunda figura, vt sæpe dictum est; ergo ex proposit. 22. in qua assignatur centrum grauitatis in BD, hyperbolæ ABC, habebimus etiam centrum grauitatis quatuor illorum solidorum simul dispositorum. Sit hoc cen-

centrum ℞. Item ex prop.13.& 14.habemus centrum grauitatis conoidis hyperbolici , & consequenter duorum conoideorum dispositorum vt in secunda figura. Sit hoc 2. Pariter, quoniam ex proposit. 12. habemus centrum æquilibrij semihyperbolæ DBC, in DC; habebimus etiam ex proposit. 4. lib. 3. rationem quam habent solida ex semihyperbola DBC, reuoluta circa BD, & FC, ad inuicem ; & consequenter habebimus rationem, quam habent in secunda figura duo solida extrema ad duo media. Si ergo fiat vt duo solida extrema ad duo media sic reciprocè 2 ℞, ad ℞✳. Erit ✳, centrum grauitatis duorum annulorum simul. Vndè patet quomodo possimus habere centrum grauitatis vnius annuli soli ex semihyperbola. Quod &c.

SCHOLIVM.

Habito centro grauitatis annuli, non ignorabitur centrum grauitatis conici hyperbolici BCH; pro qua re consideretur scholium antecedentis propositionis, discursusque in ipso expositus imitetur.

Quoniam autem ex doctrinis superius traditis licet nobis colligere centra grauitatis aliquorum solidorum, de quibus nunquam geometria locuta est; ideo vt hoc expeditius fiat, opere pretium ducimus doctrinas superius traditas aptius ordinare, regulam quandam generalem exponendo. Sciendum ergo est, quatuor esse centra grauitatis, quorum tribus

datis,

datis, licet quartum colligere. Nempe centrum grauitatis figuræ A B C, circa diametrum: centrum æquilibrij semifiguræ D B C, in D C: centrum grauitatis solidi A B C, orti ex reuolutione semifiguræ A B D, circa B D: & centrum grauitatis semifiguræ D B C, reuolutæ circa F C. Nam datis tribus primis, patebit dari quartum sic. Dato centro grauitatis figuræ A B C, datur centrum grauitatis solidi orti ex gyratione A B C, circa C F; & consequenter centrum grauitatis quatuor solidorum dispositorum in secunda figura. Secundo dato centro æquilibrij semifiguræ D B C, in D C, dabitur ratio solidi ex semifigura D B C, reuoluta circa D B, ad solidum ex eadem reuoluta circa C F; ex proposit. 4. lib. 3. & consequenter in secunda figura dabitur ratio duorum solidorum mediorum ad duo extrema. Tertio dato centro grauitatis solidi A B C, dabitur etiam in secunda figura centrum duorum solidorum mediorum simul. Si ergo ℞, sit centrum quatuor simul, iam datum, & 2, sit centrum duorum mediorum etiam datum, si fiat 2℞, ad ℞✳, in ratione data, nempe vt duo solida extrema, ad duo media, vel vt vnum ad vnum; erit ✳ centrum grauitatis duorum extremorum, vel vnius extremi, quod est quartum, quod quærebatur. Ita suppositis dari tribus quibusuis quatuor iam dictorum, patebit simili discursu, dari quartum. His animaduersis.

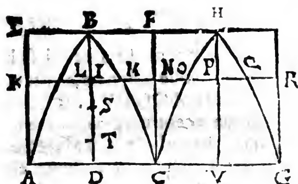
PROPOSITIO XXXV.

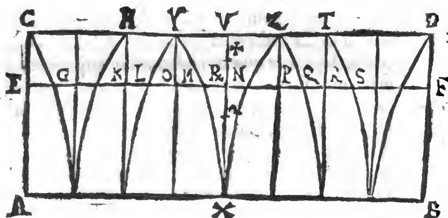
Annuli stricti orti ex reuolutione segmenti semiparabolæ cuiuscunque, cuius exponens sit numerus par, resectæ linea basi parallela, circa lineam ductam parallelam diametro per extremitatem basis possumus centrum grauitatis assignare.

PArabola quæcunque ABC, cuius numerus par, sit secta LM, AC, parallela, & intelligamus DIMC, rotari circa CF. Dico annuli orti nos posse assignare centrum grauitatis. Nam cum ex proposit. 10. lib. 3. habeamus centrum grauitatis segmenti parabolæ ALMC, habebimus etiam ex supra dictis, centrum grauitatis annuli ALMCOQG; & consequenter quatuor solidorum dispositorum vt in secunda figura. Ex proposit. 11. eiusdem libri habemus centrum æquilibrij figuræ DIMC, in basi DC. Ex schol. proposit. 15. lib. 3. habemus centrum grauitatis solidi ALMC. Ergo quartum non ignorabitur; nempe centrum grauitatis solidi orti ex rotatione DIMC, circa NC. Quod &c.

SCHOLIVM.

Cum autem habeamus centrum grauitatis cylindri IV; & rationem ex schol. 2. proposit. 11. lib. 3. quam





3. quam habet cylindrus IV, ad conicum MCO; habemus etiam in NC, centrum grauitatis talis conici.

PROPOSITIO XXXVI.

Annuli stricti orti ex rotatione segmenti semihyperbolæ resectæ linea basi parallela (supposita segmenti quadratu-

 ra)

ra) modo in proposit. anteced. explicato, possumus centrum grauitatis assignare.

Vice parabolæ proposit. anteced. sit hyperbola. Dico nos posse assignare centrum grauitatis annuli stricti DIMCOPV. Nam cum ex proposit. 22, habeamus centrum grauitatis tam hyperbolæ ABC, quam hyperbolæ LBM, & cum ex suppositione quadraturæ facile possimus elicere rationem segmenti ALMC, ad hyperbolam LBM; habebimus centrum grauitatis segmenti hyperbolæ ALMC; & consequenter solidi ALMCOQG: & consequenter quatuor solidorum dispositorum vt in secunda figura. Item ex schol. proposit. 15. habemus centrum æquilibrij in DC, segmenti DIMC. Ex proposit. 17, habemus centrum grauitatis solidi ALMC. Ergo nec etiam in præsenti quartum ignorabitur; nempe centrum grauitatis annuli DIMCOPV. Quod &c.

SCHOLIVM.

Ex prædicto centro inuento, & ex ratione cylindri IV, reperta in citato schol. proposit. 15. per conuersionem rationis, ad conicum MCO, reperiemus in NC, centrum grauitatis conici MCO, prædicti.

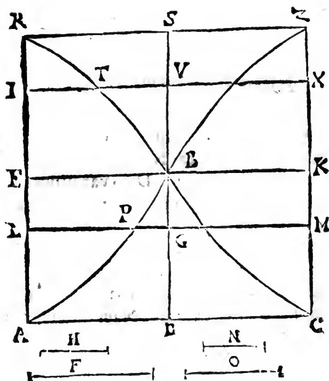
PRO-

PROPOSITIO XXXVII.

Variorum ſegmentorum infinitorum fuſorum parabolicorum, poſſumus centra grauitatis aſſignare.

ESto parabola quæcunque RBA, quam intelligamus rotari circa RA, adeo vt generetur quilibet fuſus parabolicus. Dico variorum ſegmentorum huius fuſi nos poſſe centra grauitatis aſſignare.

In primis parabola ſecetur linea IT, diametro EB, parallela, poſſumus aſſignare centrum grauitatis partis fuſi ortæ ex reuolutione ſegmenti ad diametrum ITBE, circa IE. Nam in primis ex propoſit. 16. lib. 3. habemus centrum æquilibrij in IE, baſi ſegmenti ITBE, nempe centrum grauitatis duplicatæ figuræ ITBE, ad partes IE. Secundo, ex propoſit. 18. lib. 4. habemus centrum grauitatis portionis annuli orti ex reuolutione ſegmenti ITBE, circa BV. Tertio ex ſchol. 3. propoſit. 15. lib. 3. habemus centrum ſegmenti ITBE, in EB, nempe habemus rationem, quam habet ſolidum ex ITBE, ſegmento reuoluto circa VB, ad ſolidum ex eodem ſegmento reuoluto circa IE. Ex iſtis tribus centris datis, ad modum ſuperiorum deducemus quartum, nempe centrum grauitatis ſegmenti fuſi ex ITBE, ſegmento reuoluto circa IE.



Secundo ſecetur parabola etiam LP, EB, diametro paral'ela, adeovt I Γ, LP, intercipiant diametrum, poſſumus aſſignare centrum grauitatis ſegmenti intermedij fuſi orti ex reuolutione ſegmenti intermed j IT BPL, reuoluti circa IL. Nam ex propoſit. 21. lib. 3. habemus centrum grauitatis duplicatæ figuræ IT BPL, ad partes IL. Secundo ex propoſit. 22. eiuſdem lib. habemus centrum æquilibrij ſegmenti in LG; nempe rationem ſoli-

dorum

dorum reuolutorum circa VG, & IL. Tertio ex proposit. 18. lib.4. habemus centrum grauitatis segmenti annuli ex segmento ITBPL, reuoluto circa VG. Ergo quartum, nempe centrum segmenti fusi ex eodem segmento circa LI, non ignorabitur.

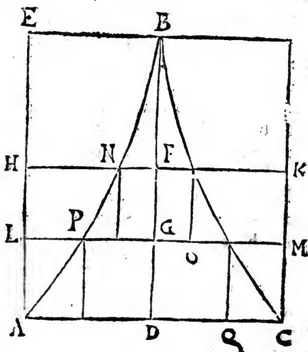
Sic cognoscemus centrum grauitatis portionis fusi ex portione maiori ITBA. Nam centrum grauitatis duplicatæ portionis habetur ex proposit. 19. lib. 3. Ex proposit. 20. eiusdem libri, habemus rationem solidorum ex portione reuoluta circa VB, & circa IA. Tertio ex citata proposit. 18. lib 4. habemus centrum portionis annuli ex portione ITBA, reuoluta circa VB. Quare &c.

Pariter cognoscemus centrum grauitatis portionis fusi ex portione minori RTI, quia ex proposit. 14. lib. 3. habemus centrum grauitatis in RI, duplicatæ portionis RTI. Secundo habemus rationem, quam habet prædicta portio fusi, ad portionem annuli ex portione IRT, reuoluta circa SV. Quia mente portioni intellecto circumscripto parallelogrammo, habemus ex schol 2 proposit 15. eiusdem libri, rationem portionis fusi, ad cylindrum sibi circumscriptum: pariter habemus rationem prædicti cylindri ad cylindrum RX, quia habemus, ex data portione, rationem IT, ad IV; & consequenter quadrati IT, ad quadratum IV: item habemus ex schol. 2. proposit 4. lib. 4 rationem cylindri RX, ad portionem annuli ex portione RTI,

circa

circa SV. Vnde ex æquali, habemus rationem portionis fusi ad portionem annuli. Tertio habemus centrum grauitatis prædictæ portionis annuli ex cit. prop. 18. lib. 4. Ergo quartum, nempe centrum grauitatis portionis fusi non ignorabitur.

Sed nec in sequenti figura, supposita semiparabola EBA, secta duabus lineis HN, LP, diametro EB, parallelis, ignorabimus centrum grauitatis segmenti fusi ex segmento intermedio HNPL.



Nam

Nam centrum grauitatis in HL, duplicati fegmenti ad partes HL, habetur ex proposit. 17. libri 3. Item ex præcitata proposit. 18. lib. 4. habemus centrum grauitatis fegmenti annuli ex fegmento HNPL, circa BD. Tertium nempe ratio fegmenti fufi ad fegmentum annuli patebit haberi. Quia habemus ex fchol. proposit. 18. lib. 3. rationem fegmenti fufi ad cylindrum ex parallelogrammo LN, fibi circumfcripto; fed habemus rationem talis cylindri ad cylindrum HM, & huius ex præcit. fchol. 2. propofit. 4, lib. 4. ad fegmentum annuli. Quare ex æquali, patet propofitum. Cognitis verò tribus præcedentibus, quartum centrum quæfitum innotefcet. Patuit ergo propofitum in omnibus prædictis partibus.

SCHOLIVM.

Sicuti autem in antecedentibus reperta funt centra grauitatis variorum fegmentorum infinitorum fuforum parabolicorum, fic ex fuppofita quadratura hyperbolæ, eiufque fegmentorum, liceret reperire tam centra grauitatis variorum fegmentorum hyperbolæ quam variorum fegmentorum fufi ex hyperbola, quod indicaffe lectori fufficiat.

Ex fuperius ergo dictis patuit quot fint ea, quæ deducuntur ex propofit. 30. fuperiori, fed infuper alia poffunt deduci nempe tres regulæ vniuerfales in tribus fequentibus propofit. exprimendæ.

PRO-

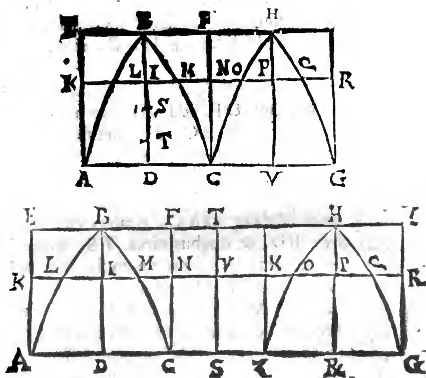
PROPOSITIO XXXVIII.

Data cuiuſcunque ſemifiguræ circa diametrum quadratura, dataque ratione cylindri circumſcripti ſolido ex ſemifigura reuoluta ſiue circa diametrum, ſiue circa ductam diametro parallelam, vel per extremitatem baſis, vel extra figuram. Datur ratio cylindri circumſcripti altero dictorum ſolidorum ad ipſum.

SIt data quælibet ſemifigura DBC, circa diametrum BD, & data ſit ratio quam habet parallelogrammum BC, ad ipſam figuram; inſuper detur ratio, quam habet cylindrus ex BC, in prima figura, reuoluto ſiue circa DB, ſiue circa FC, ad alterum ſolidorum ex ſemifigura DBC, ſiue circa BD, ſiue circa FC: vel in ſecunda figura detur vel ratio cylindri EC, ad ſolidum ABC, vel cylindri DH, ad ſolidum ex DBC, reuoluta circa TS. Dico dari etiam rationem alterius cylindri, ad alterum ſolidum ex ſemifigura.

Probetur prius in prima figura, in qua intelligamus parallelogrammum EC, cum figura integra ABC, rotari circa FC. Ergo ex propoſit. 29. cum data ſit ratio ex hypotheſi, parallelogrammi EC, ad figuram ABC, dabitur quoque ratio cylindri EG, ad ſolidum ABCHG. Sed tale ſolidum ex propoſit. 30. æquatur duobus ſolidis ex DBC, circa DB, & duobus, ex eadem circa FC.

Ergo

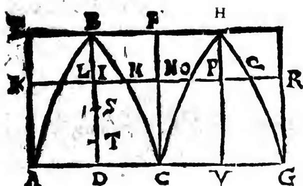


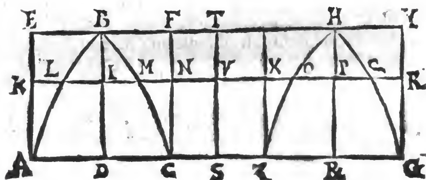
Ergo dabitur quoque ratio cylindri EG, ad hæc quatuor ſolida. Ergo & cylindri EC, qui eſt quarta pars cylindri EG, ad eadem quatuor ſolida. Ergo dabitur quoque ratio cylindri EC, ſeù ei æqualis, DH, ad duo tantum illorum ſolidorum, ſcilicet ad vnum, & vnum, nempe ad vnum circa DB, & ad vnum circa FC. Sed ex hypotheſi, datur quoque ratio cylindri EC, ſeù DH, ad alterum tantum ſolidorum ex DBC, reuoluta ſiue

circa DB, siue circa FC. Ergo quacunque data, dabitur etiam altera; nempe data ratione cylindri EC, ad solidum ABC, dabitur quoque ratio cylindri DH, ad solidum ex DBC, circa FC, & è contra.

Pariter in secunda figura. Quoniam datur ratio parallelogrammi DF, ad semifiguram DBC, siue parallelogrammi EC, ad integram figuram ABC, dabitur ex proposit. 29. ratio tubi cylindrici ECY, ad annulum latum ABCZHG. Ergo ex proposit. 30. dabitur quoque ratio prædicti tubi ad quatuor solida ex DBC, duabus vicibus reuoluta circa BD, & duabus circa TS. Ergo dabitur quoque ratio talis tubi ad vnum solidum ABC, & ad vnum DBCZH℞. Cum autem detur ratio DS, tam ad AC, quam ad CG (hoc enim est supponendum, quia danda est CS, qua data dantur prædicta) dabitur etiam ratio quadrati DS, ad rectangulum ACG; nempe dabitur ratio cylindri DH, ad tubum cylindricum ECY. Ergo ex æquali, dabitur quoque ratio cylindri B℞, ad solidum ABC, simul cum solido DBCZH℞. Si ergo detur etiam ex hypothesi, ratio cylindri EC, ad solidum ABC, quia cum detur ratio cylindri DH, ad cylindrum EC, datur etiam ratio cylindri DH, ad solidum ABC. Ergo dabitur quoque ratio eiusdem cylindri DH, ad solidum DBCZH℞. Si vero detur ratio ex hypothesi, cylindri DH, ad solidum DBCZH℞; ergo dabitur quoque ratio e-

iusdem





iusdem cylindri ad solidum ABC. Sed etiam datur ratio cylindri EC, ad cylindrum DH. Ergo quoque ex æquali, dabitur ratio cylindri EC, ad solidum ABC. Ergo in omnibus patuit propositio.

PROPOSITIO XXXIX.

Datis ijsdem, quæ in antecedenti propositione in primo schemate, datur centrum æquilibrij figuræ in linea, quæ est radius rotationis.

SEd dentur eadem, quæ supra in primo schemate. Dico dari in DC, quæ est radius rotationis, centrum æquilibrij semifiguræ DBC. Cum enim ex anteced. proposit datis ijs, detur etiam ratio cylindri ad alterum solidorum. Ergo dabitur etiam ratio solidorum ad inuicem; nempe dabitur ratio solidi ABC, ad solidum DBCHV. Sed ex proposit.4. lib. 3. solidum ad solidum est vt pars DC, terminata à D, & à centro æquilibrij figuræ DBC, ad reliquam partem DC. Quare patet propositum.

PROPOSITIO XL.

In secundo schemate datis ijsdem, & data ratione annuli lati ex semifigura ad annulum strictum eiusdem, dabitur prædictum centrum.

SEd in secundo schemate, vltra data in antecedenti, detur etiam ratio annuli lati DBCZHR ad annulum strictum ex eadem DBC, reuoluta circa FC. Dico dari eius centrum æquilibrij

librij in DC. Nam eodem modo patebit, dari rationem solidi ABC, ad solidum DBCZH℞. Sed etiam datur ratio ex hypothesi, DBCZH℞, ad annulum strictum ex DBC, circa CF. Ergo ex æquali, dabitur ratio ABC, solidi ad prædictum annulum strictum. Quare ex cit. proposit. 3. dabitur quoque in DC, centrum æquilibrij quæsitum. Quod &c.

SCHOLIVM.

Ex his tribus propositionibus possumus, necdum ex sola quadratura infinitarum parabolarum inuenire rationem cylindrorum circumscriptorũ, ad infinitos fusos parabolicos; sed etiam centrum grauitatis infinitarum parabolarum. Nam cum in proposit. 4. lib. 4. & in scholijs eiusdem, ostensum sit in schemate illius proposit. data qualibet semiparabola RB E, cuius basis RE, diameter BE, quæ reuoluatur cum sibi circumscripto parallelogrammo RB, circa BS: cylindrum RK, esse ad solidum ERBZk, vt parallelogrammum RB, ad semiparabolam ERB, cuius basis ER, diameter EB, quæ sit gradus dupli, gradus semiparabolæ reuolutæ circa SB; patet ex data quadratura infinitarum parabolarum, dari rationem cylindri RK, ad annulum ERBZk. Data hac ratione, dabitur etiam ex proposit. anteced. ratio cylindri Rk, vel ei æqualis orti ex RB, circa RE, ad solidum ex ERB, circa

RE;

R E; nempe ad ſemifuſum parabolicum. His datis dabitur etiam ratio illorum ſolidorum ad inuicem; & conſequenter centrum æquilibrij ſemiparabolæ E R B, in E B; & conſequenter centrum grauitatis parabolæ R B A, in diametro B E.

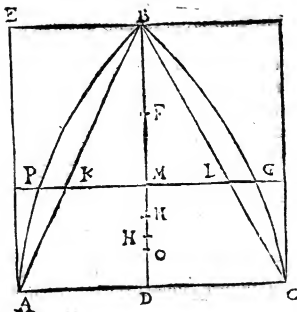
Sed hic notetur, parabolas inſeruientes inuentioni centri grauitatis infinitarum parabolarum, non eſſe omnes, ſed illas dumtaxat, quarum exponentes ſunt numeri pares; quia hæ dumtaxat inſeruiunt in-
uentioni

uentioni rationis infinitorum cylindrorum R K, ad infinitos annulos E R B Z k, vt luculenter explicatum fuit in admirabili ſcholio 4. citat. propoſit. 4. lib. 4.

Inſuper cum in varijs propoſitionibus lib. prim. aſſignata fuerit ratio, quam habet quælibet pars parallelogrammi A S, ad quamlibet partem parabolæ R B A, quam pars parallelogrammi includit, & cum in cit. propoſit. 4. lib. 4. & in eiuſdem ſcholijs, aſſignata fuerit ratio ex illa ſimplici analogia, quam habet quælibet pars cylindri R C, ad quamlibet partem annuli A R B Z C; v. g. oſtenſa ſit ratio, quam habet cylindrus I K, ad partem annuli ex E I T B, circa V B; patet ex propoſit. antecedentibus, necdum dari rationem cuiuslibet partis cylindri R C, v. g. I k, vel ei æqualis ex I B, circa I E, ad partem fuſi ex I T B E, circa I E: ſed etiam dari in B E, vel in V I, centrum æquilibrij ſegmenti I T B E, vel grauitatis duplicati ſegmenti ad partes B E, vel I V.

In propoſit. autem 3. lib. 4. patuit cylindrum E C, eſſe ad quodlibet conoides parabolicum ABC, cuius exponens ſit numerus par, vt parallelogrammum E C, ad parabolam A B C, cuius exponens ſit ſubduplus exponentis conoidis. Quare, vt ibidem patuit, infinitæ parabolæ non inſeruierunt inuentioni rationi infinitorum cylindrorum ad infinita conoidea, ſed tantum ad ea, quorum exponentes ſunt numeri pares. Eliciemus ergo ex antecedenti-

bus



bus propositionibus, inseruire infinitas parabolas inuentioni rationi cylindrorum E C, vel eis æqualium factorum ex E D, circa E A, ad annulos ex A B D, circa A E, quorum exponentes sint numeri pares. Pariter eliciemus nos ex his habere centrum æquilibrij in basi A D, semiparabolarum A B D, quarum exponentes sunt numeri pares, & non omnium.

Patet ergo ex dictis, aliquod admirabile, & non minus eo, quod expositum fuit in prædicto schol. 4. proposit. 4. lib. 4. Hoc autem est, quod infinitæ parabolæ inseruiunt tam inuentioni centri grauitatis infinitarum

finitarum parabolarum in diametro, quam inuentioni centri æquilibrij infinitarum semiparabolarum in basi. At inuenimus centra grauitatis infinitarum parabolarum in diametro non adhibendo infinitas parabolas, sed illas tantum, quarum exponentes sunt numeri pares. E contra verò adhibendo infinitas parabolas, non inuenimus centra æquilibrij in basi infinitarum semiparabolarum, sed illarum tantum, quarum exponentes sunt numeri pares.

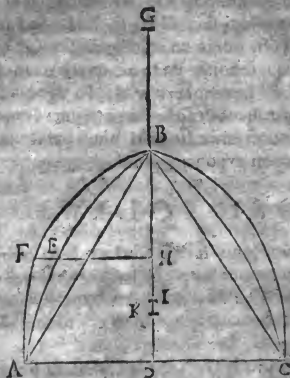
Ex cit. autem proposit. 3. lib. 4. & ex schol. eiusdem, possumus ex proposit. anteced. elicere rationem, quam habet cylindrus ex AM, circa EA, ad partem annuli ex APMD, circa EA, cuius exponens sit numerus par. Et insuper centrum æquilibrij in AD, segmenti APMD, semiparabolæ ABD, cuius exponens itidem sit numerus par. Hæc autem facile patent ex dictis.

Quot igitur solidorum manifestata sint centra grauitatis, potuit lector ex dictis cognoscere. Sed nolumus sub silentio relinquere aliqua, quæ nobis scitu digna videntur.

PROPOSITIO XLI.

Si super eadem basi, & circa eandem diametrum sint semihyperbola, & semiparabola. Tota semihyperbola cadet intra semiparabolam.

Sint semihyperbola AEBD, & semiparabola AFBD, quarum eadem basis AD, eademque



que diameter BD. Dico totam ſemihyperbolam cadere intra ſemiparabolam. Sit GB, latus tranſuerſum hyperbolæ; & accepto in BD, arbitrariè puncto H, ordinatim applicetur HEF. Quoniam enim in hyperbola eſt ex primo conic. propoſit. 21. vt quadratum EH, ad quadratum AD, ſic rectangulum GHB, ad rectangulum GDB: & in parabola eſt ex propoſit. 20. eiuſdem lib. quadratum AD, ad quadratum FH, vt DB, ad BH; nempe vt rectangulum GDB, ad rectangulum

ſub

ſub GD, in BH: ergo ex æquali, erit quadratum EH, ad quadratum FH, vt rectangulum GHB, ad rectangulum ſub GD, in BH. Sed rectangulum GHB, minus eſt rectangulo ſub GD, in BH. Ergo & quadratum EH, minus erit quadrato FH. Ergo & EH, minor erit FH. Punctum autem H, ſumptum fuit arbitrariè. Ergo omnes lineæ hyperbolæ minores erunt ſingulis lineis parabolæ. Patet ergo propoſitum.

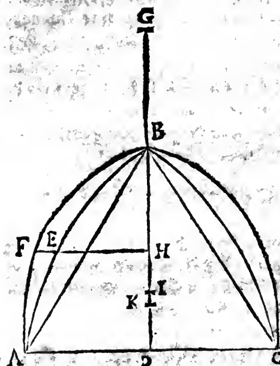
SCHOLIVM.

Patet ergo, quod ſi ex prędictis figuris intelligantur genita conoidea hyperbolicum AEBC, & parabolicum AFBC, conoides hyperbolicum cadet intra parabolicum.

PROPOSITIO XLII.

Differentiæ ſupradictorum conoideorum centrum grauitatis eſt medium punctum diametri.

SInt ergo vt in propoſit. anteced. conoidea hyperbolicum AEBC, & parabolicum AFBC. Dico centrum grauitatis exceſſus conoidis parabolici ſupra conoides hyperbolicum eſſe in medio BD. In conoidibus inſcribatur conus ABC. Cum ergo ex ſchol. propoſit. 4. ſit in medio BD, centrum grauitatis tam totius, nempe exceſſus conoidis pa-



rabolici supra conum ABC, quam partis; nempe excessus conoidis hyperbolici supra eundem conum. Ergo & reliquæ partis, nempe excessus conoidis parabolici supra conoides hyperbolicum erit centrum grauitatis in medio BD. Quod &c.

SCHOLIVM.

Sed cum in præsenti occurrerit modus alius compendiosus assignandi centrum grauitatis conoidis hyper-

hyperbolici diuersus ab illis, quos tradidimus supra in proposit. 13. & 14. nolumus ipsum omittere, sed præmittenda est sequens propositio eius manifestationi.

PROPOSITIO XLIII.

Differentia supradictorum conoideorum, est ad conoides hyperbolicum vt sexta pars diametri ad tertiam partem eiusdem, vna cum dimidio lateris transuersi.

IN schemate superiori. Dico excessum conoidis parabolici AFBC, supra conoides hyperbolicum AEBC, esse vt sexta pars DB, ad tertiam partem DB, cum dimidio GB. Quoniam enim vt elicitur ex proposit. 15 lib 2. conoides parabolicum est sesquialterum coni ABC; ergo erit ad ipsum vt GD, ad duo tertia GD; nempe vt dimidium GD, ad tertiam partem GD. Rursum cum ex proposit. 5. 7. & 11. sit cylindrus conoidi hyperbolico circumscriptus, ad ipsum, vt GD, ad dimidiam GB, cum tertia parte DB; erit conus ABC, tertia pars cylindri, ad conoides hyperbolicum, vt tertia pars GD, ad dimidiam GB, cum tertia parte DB. Quare ex æquali, erit conoides parabolicum ad conoides hyperbolicum vt dimidium GD, ad dimidium GB, cum tertia parte BD. Ergo & diuidendo, erit differentia conoideorum ad conoides

des hyperbolicum vt sexta pars DB, ad dimidium GB, cum tertia parte DB. Quod &c.

PROPOSITIO XLIV.

Centrum grauitatis conoidis hyperbolici sic diuidit ipsius diametrum vt pars ad verticem sit ad reliquam, vt latus transuersum cum subsesquitertia diametri, ad dimidium lateris transuersi cum quarta parte diametri.

ESto in schemate antecedenti conoides hyperbolicum AEBC, cuius diameter DB, latus transuersum GB, & sit k, eius centrum grauitatis. Dico BK, ad kD, esse vt GB, cum subsesquitertia BD, ad dimidiam GB, cum quarta parte DB. Esto conoides parabolicum AFBC; & sit H, medium punctum BD, adeo vt sicuti elicitur ex propos. 42. sit centrum grauitatis differentiæ conoideorum: pariter BI, sit dupla ID, adeo vt sit I, ex proposit. 14. lib. 4. centrum grauitatis conoidis parabolici. Si ergo fiat HI, ad Ik, vt dimidium GB, cum tertia parte BD, ad sextam partem BD; nempe ex proposit. anteced. reciprocè vt conoides hyperbolicum ad excessum conoidis parabolici supra ipsum, erit k, centrum conoidis hyperbolici. Tunc argumentetur sic. Quoniam BI, quadrupla est IH, ergo BI, erit ad Ik, vt dupla GB, vna cum sesquitertia BD, ad sextam partem BD. Et componendo erit BK, ad kI, vt dupla GB, vna cum

sesqui-

ſeſquitertia BD, & cum ſexta parte eiuſdem, ad ſextam partem eiuſdem. Cum autem DI, ſit dupla IH, erit kI, ad ID, vt ſexta pars BD, ad GB, cum duabus tertijs partibus BD. Et diuidendo, erit Ik, ad kD, vt ſexta pars BD, ad GB, cum dimidia BD. Quare ex æquali, erit Bk, ad kD, vt dupla GB, cum ſeſquitertia BD, & cum ſexta parte eiuſdem, ad GB, cum dimidia BD. Et vt horum terminorum dimidia. Ergo Bk, erit ad kD, vt GB, cum ſubſeſquitertia DB, ad dimidiam GB, cum quarta parte BD. Quod &c.

SCHOLIVM.

In noſtro libello 60, problematum geometricorum oſtendimus in propoſit. 53. quandam proprietatem communem conoidibus parabolico, & hyperbolico, portionibus ſphæræ, & ſphæroidis, & etiam cono. Alia proprietas communis omnibus prædictis ſolidis reperitur circa illorum grauitatis centrum. Hanc in ſequentibus patefaciemus, ſed prius oſtendemus aliqua, quæ vtique non videntur turpiora, & ſunt præmitenda.

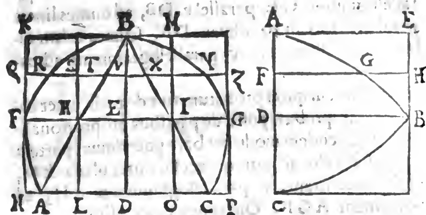
PROPOSITIO XLV.

Si in qualibet ſphæra, portione inſcribatur conus, quæ portio cum cono ſecetur plano baſi parallelo ſecante axim biſariam, & intelligatur tubus cylindricus circa eundem

axim

axim cum portione, cuius basis sit armilla excessus circuli facti in portione, supra circulum factum in cono à plano secante. Hic erit ad excessum portionis supra conum tam secundum totum, quam secundum partes proportionales, vt parallelogrammum circumscriptum parabolæ quadraticæ ad ipsam; dummodo hæc secetur secundum diametro parallelas.

SIt ABC, quælibet portio sphæræ, in qua intelligatur inscriptus conus ABC, sectoque axi BD, bifariam in E, ducatur per E, planum FEG, plano ADC, parallelum, faciens in cono circulum HEI; intelligamus tubum cylindricum kLMP, circa eundem axim BD, cuius basis armilla NLP, æqualis armillæ FHG: pariter in secunda figura intelligamus parabolam quadraticam ABC, cuius axis BD, basis vero AC, sit æqualis axi BD, portionis, & ei sit circumscriptum parallelogrammum. Dico tubum cylindricum kLMC, esse ad excessum portionis ABC, supra conum ABC, vt parallelogrammum EC, ad parabolam ABC. Sumatur in BD, axi portionis arbitrariè punctum V, per quod traiciatur planum QZ, plano AC, parallelum secans omnia solida vt in schemate; & pariter in parabola facta AF, æquali BV, per F, ducatur FGH, parallela DB. Quoniam enim rectangulum DEB, est ad rectangulum DVB, vt rectangulum AHB, ad rectangulum AIB quia proportiones horum rectangulorum componuntur ex ijsdem



dem proportionibus; & rectangulis in circulo A H B, A T B, sunt æqualia rectangula FHG, R T Y; ergo vt rectangulum D E B, ad rectangulum D V B, sic rectangulum F H G, seù Q S Z, ad rectangulum R T Y. Sed vt rectangulum Q S Z, ad rectangulum R T Y, sic armilla circularis Q S Z, ad armillam circularem R T Y. Ergo vt armilla ad armillam, sic rectangulum D E B, ad rectangulum DVB. Sed vt rectangulum D E B, in portione ad rectangulum D V B, sic rectangulum C D A, in parabola ad rectangulum C F A; & vt rectangulum CDA, ad rectangulum C F A, sic D B, seù F H, ad F G, ex schol. proposit. 22. lib. prim. Ergo vt armilla circularis Q S Z, ad armillam circularem R T Y, sic H F, ad F G. Cum vero puncta V, F, sumpta sint arbitrariè; ergo concludemus omnes armillas circulares tubi parallelas armillæ N L P, esse ad omnes armillas circulares excessus portionis supra conum,

parallelas eidem armillæ NLP, vt omnes lineæ parallelogrammi CE, parallelæ DB, ad omnes lineas parabolæ itidem parallelas DB. Quare etiam tubus ad excessum, erit vt parallelogrammum ad parabolam.

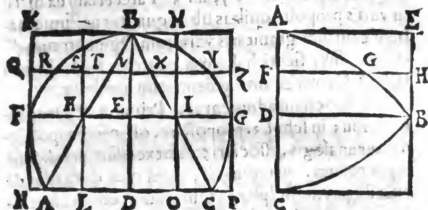
Hoc autem quod probatum fuit de totis, patet eodem modo probari posse de partibus proportionalibus. V. g. eodem modo probare poterimus, partem tubi KZ, esse ad partem excessus inter plana kM, QZ, contentam, vt parallelogrammum AH, ad portionem AGF. Quare patet propositum.

SCHOLIVM I.

Cum ergo ex schol. prim. proposit. 1. lib. prim. sit parallelogrammum EC, sesquialterum parabolæ, etiam tubus erit sesquialter prædicti excessus. Imo ex propositionibus varijs eiusdem lib. prim. habebimus varias rationes partium tubi contentarum inter plana plano AC, parallela. Quæ autem hæ sint relinquimus lectori considerare ex illis propositionibus, in quibus assignantur rationes variarum partium parallelogrammi CE, ad varia segmenta parabolæ.

SCHOLIVM II.

Ad modum ergo persæpe rememoratorum, possumus deducere, excessum portionis ABC, supra sum



ſuum conum, & parabolam eſſe quantitates proportionaliter analogas tam in magnitudine, quam in grauitate, tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales. Vnde quantum ad magnitudinem, patet illum exceſſum ſecari à plano FG, bifariam, ſicuti etiam parabola ſecatur bifariam à diametro, ſed ſic bifariam; vt partes ſupra, & infrà planum FG, ſint ſemper ſimiles, & æquales tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales. Quantum vero ad grauitatem, patet in primis centrum grauitatis prædicti exceſſus eſſe in medio BD, ſicuti in medio AC, baſis parabolæ, eſt centrum æquilibrij parabolæ. Inſuper patet, dimidij exceſſus ſuperioris centrum grauitatis ſic ſecare BE, vt pars ad B, ſit ad partem ad E, vt 5, ad 3; quod habetur ex ſchol. 2. propoſit. 2. lib. 3. In eadem ratione ſecatur DE, à centro grauitatis partis inferioris, adeovt pars ad D, terminata, ſit ad partem

terminatam ad E, vt 5, ad 3. Patet etiam ex dictis in varijs propositionibus lib. 3. qualiter possimus habere centrum grauitatis variorum segmentorum dicti excessus, sicuti habemus centrum æquilibrij in basi AC, variorum segmentorum parabolæ.

Sed duo etiam adnotentur. Primum est, magnitudinibus in schol. 3. propos. 26. ostensis proportionaliter analogis, associari etiam excessum prædictum supra conum. Alterum est, quod quæ dicta sunt de excessu portionis sphæræ supra suum conum, intelligenda etiam sunt de excessu portionis sphæroidis supra suum conum. Quia in lib. 4. de infinit. parabolis, probata est perpetua analogia reperta inter proportionales partes sphæræ, & sphæroidis.

PROPOSITIO XLVI.

Si in quolibet conoide hyperbolico, & parabolico quadratico; item in qualibet sphæra, vel sphæroidis portione inscribatur conus. Centrum grauitatis excessus prædictorum solidorum supra suos conos erit in medio puncto diametri ipsorum.

Sit conoides parabolicum quadraticum, vt in prima figura in schem. sequent. BAC, vel hyperbolicum vt in secunda; vel quælibet portio sphæræ, vel sphæroidis vt in tertia; & in illis solidis intelligantur inscripti coni BAC. Dico centrum grauitatis excessuum prædictorum solidorum supra

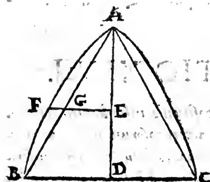
conos

conos esse in E, diuidente bifariam A D. De excessu conoideorum supra conos, patuit in scholio proposit. 6. De excessu portionis sphæræ, vel sphæroidis patuit in anteced proposit. Quare quoad omnia patet propositum.

PROPOSITIO XLVII.

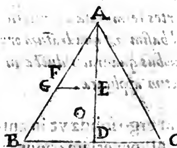
Si in solidis antecedentis propositionis inscribantur coni vt dictum est, & sectis diametris ipsorum bifariam ordinatim applicentur lineæ, secantes latus conorum inscriptorum. Diametri prædictorum solidorum, & etiam coni, sic secabuntur ab ipsorum centris grauitatis, vt partes terminatæ ad verticem sint ad partes terminatas ad basim vt quadratum ordinatim applicatæ, vna cum duobus quadratis ductæ in conis, ad quadratum ordinatim applicatæ.

SInt ergo solida vt in antecedenti propositione, & insuper etiam conus, vt in quarta figura BAC, quorum diametri A D, sint sectæ bifariam in E, & ordinatim applicentur E G F; sitque horum centrum grauitatis punctum O. Dico A O, esse ad O D, vt quadratum F E, cum duobus quadratis G E, ad quadratum F E. In cono res est manifesta, quia sicuti A O, est tripla O D, sic tria quadrata G E, sunt tripla vnius quadrati G E. In alijs sic patebit. Fiat D P, quarta pars D A. Ergo P, erit centrum grauitatis conorum. Cum ergo ex proposit.









posit. anteced. sit etiam F, centrum grauitatis excessus solidorum supra conos, & ex supposito, sit O, centrum grauitatis solidorum; ergo erit reciprocè vt PO, ad OE, sic excessus solidorum supra conos ad ipsos conos. Et componendo, vt PE, ad

ad O E, sic solida ad ipsos conos. Sed ex proposit. 53. lib. nostri sexaginta problematum geometricorum, solida sunt ad conos vt quadrata F E, E G, ad duplum quadratum E G. Ergo & P E, erit ad E O, vt quadrata F E, E G, ad duplum quadratum E G. Et antecedentium dupla. Ergo vt D E, ad E O, sic duo quadrata F E, cum duobus quadratis E G, ad duo quadrata E G. Ergo & per conuersionem rationis vt E D, ad D O, sic duo quadrata F E, cum duobus quadratis E G, ad duo quadrata F E; nempe sic dimidium ad dimidium, scilicet sic quadrata F E, E G, ad quadratum F E. Et vt antecedentium dupla. Ergo vt A D, ad D O, sic duo quadrata F E, cum duobus quadratis G E, ad quadratum F E. Et diuidendo vt A O, ad O D, sic quadratum F E, cum duobus quadratis G E, ad quadratum F E. Quod erat ostendendum.

SCHOLIVM.

Cum ergo in progressu demonstrationis probatum sit, esse D E, ad E O, vt duo quadrata F E, cum duobus quadratis G E, ad duo quadrata G E; nempe vt quadrata F E, E G, ad quadratum E G; ergo etiam diuidendo, erit D O, ad O E, vt quadratum F E, ad quadratum G E. Quod etiam patet verificari in cono. Sed ex hac propositione, & ex analogia, quæ reperitur inter parabolam quadraticam, & sphæram, potest colligi quædam pro-

positio

positio vniuersalis in qualibet portione parabolæ quadraticæ.

PROPOSITIO XLVIII.

Si in quacunque portione parabolæ quadraticæ resecta linea diametro parallela inscribatur triangulum, & basis portionis parabolæ secetur bifariam, & per punctum bissectionis ducatur paralela diametro. Centrum æquilibrij secundum basim prædictæ portionis sic secabit basim, vt pars ad curuam terminata sit ad reliquam, vt parallela diametro ducta à puncto bissectionis, vna cum intercepta inter punctum bissectionis, & latus trianguli, ad prædictam parallelam diametro.

ESto parabola ABC, quadratica, cuius basis AC, diameter BD, & sit quælibet eius portio EFBC, resecta FE, diametro BD, parallela, & in portione sit inscriptum triangulum CFE; sitque CE, secta bifariam in G, & per G, ducatur GIH, parallela diametro; sitque K, centrum æquilibrij in basi portionis EFBC. Dico Ck, esse ad kE, vt HG, cum GI, ad HI. In tertia figura schematis anteced. propos. intelligatur portio sphæræ, vel sphæroidis BAC, proportionalis EFBC, portioni parabolæ, & intelligantur in ea omnia, quæ supra. Ergo CK, erit ad kE, in portione parabolæ, vt AO, ad OD, in portione sphæræ; nempe ex proposit. anteced. vt duplum quadratum GE,

cum

cum quadrato FE, ad quadratum FE. Sed cum GE, sit dimidia BD, eius quadratum erit quarta pars quadrati BD; & duo quadrata GE, erunt dimidium quadrati BD. Ergo AO, ad OD, & Ck, ad kE, in portione parabolæ, erunt vt quadratum FE, cum dimidio quadrati BD, ad quadratum FE; nempe vt dimidium rectanguli HDA, cum rectangulo HEA, ad rectangulum HEA. Sed vt illa plana ad inuicem in portione sphæræ, sic in portione parabolæ quadraticæ dimidium rectanguli AEC, cum rectangulo AGC, ad rectangulum AGC. Ergo & vt Ck, ad kE, sic dimidium rectanguli AEC, cum rectangulo AGC, ad rectan-

gulum AGC. Sed vt hæc plana ad inuicem sic dimidia FE, nempe GI, cum HG, ad HG. Quare & vt Ck, ad KE, sic GI, cum GH, ad GH. Quod erat ostendendum.

SCHOLIVM I.

Sed ex progressu demonstrationis potest etiam facile probari esse Ck, ad kE, vt AE, cum AG, ad AG. Nam cum probatum sit esse Ck, ad kE, vt dimidium rectanguli AEC (nempe vt rectangulum AE, GC) simul cum rectangulo AGC, ad rectangulum AGC. Patet hæc rectangula ob commune latus CG, esse vt AE, AG, ad AG. Quare & sic Ck, ad kE.

Eliciet ergo lector facile, esse Ek, ad kG, vt HG, ad dimidiam GI; vel vt GA, ad dimidiam AE. Ex quibus etiam patebit in portione BAC, sphæræ, vel sphæroidis esse AO, ad OD, vt DH, HE, ad HE. Et DO, esse ad OE, vt EH, ad dimidiam HD.

Sed hæc, quæ probata fuerunt ex analogia reperta inter portiones parabolæ, & sphæræ, possunt absolutè probari ex proprijs ipsius parabolæ. Nam cum FBC, sit verè parabola ex prim. conic. proposit. 47. cuius diameter HI, erit in G, centrum æquilibrij parabolæ FBC, appensæ secundum CE. Fiat CL, dupla LE. Ergo L, erit centrum æquilibrij trianguli EFC, appensi secundum, CE. Ergo

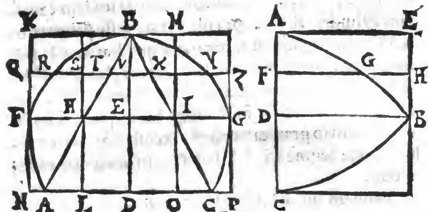
go erit reciprocè vt Lk, ad kG, sic FBC, ad triangulum FCE. Et componendo, erit LG, ad Gk, vt portio EFBC, ad triangulum EFC. Sed cum ex schol. proposit. 17. lib. prim. sit conuertendo, portio ad parallelogrammum duplum trianguli, vt dimidia AE, vna cum sexta parte CE, ad AE; & ad ipsum triangulum, vt idem antecedens ad dimidiam AE. Ergo erit etiam, vt LG, ad GK, sic dimidia AE, cum sexta parte CE, ad dimidiam AE. Ergo & vt antecedentium tripla. Ergo vt EG, tripla LG, ad Gk, sic sesquialtera AE, cum dimidia CE, ad dimidiam AE. Et per conuersionem rationis, vt GE, ad EK, sic sesquialte-

ra A E; cum dimidia C E, ad dimidiam C E, cum A E. Et rursum vt antecedentium dupla. Ergo vt C E, ad E K, sic C E, cum tripla A E, ad dimidiam C E, cum A E. Ergo & diuidendo, vt dimidia C E, cum dupla A E, ad dimidiam C E, cum A E, sic C K, ad K E. Sed vt dimidia C E, cum dupla A E, nempe vt G A, cum A E, ad dimidiam C E, cum A E, nempe ad G A, sic sumpta communi altitudine C G, rectangulum A G C, cum rectangulo sub A E, in G C, ad rectangulum A G C: Et vt rectangulum A G C, cum rectangulo A E, G C, ad rectangulum A G C, sic H G, cum dimidia F E, nempe cum I G, ad H G. Quare & vt C K, ad k E, sic H G, cum G I, ad H G. Quod erat ostendendum.

SCHOLIVM II.

Sed cum in schol. 2. prop. 45. probatum sit parabolam quadraticam, sphæram, & sphæroides esse quantitates proportionaliter analogas cum tribus alijs solidis, sequitur etiam in illis currere supra explicatum compendium circa illorum centra grauitatis. Quoniam ergo excessus, in schemate sequenti, portionis A B C, sphæræ, vel sphæroidis supra conum A B C, est proportionaliter analogus cum parabola quadratica A B C; sequitur inquam, quod si prius secetur plano F E G, deinde plano R V Y, secante B E, bifariam in V, quod centrum grauitatis partis

ex-



excessus ex FBH, reuoluta circa BE, sic secabit BE, vt pars terminata ad B, sit ad partem terminatam ad E, vel vt rectangulum RTY, cum dimidio rectanguli FHG, ad rectangulum RTY: vel vt rectangulum ATB, cum dimidio rectanguli AHB, ad rectangulum ATB: vel vt rectangulum DVB, cum dimidio rectanguli DEB, ad rectangulum DVB: vel compendiosius, vt ED, DV, ad DV: seù, quod idem est, vt AH, AT, ad AT. Pariter sequitur, quod EV, sic secabitur à prædicto centro, vt pars terminata ad E, sit ad partem terminatam ad V, vt VD, ad dimidiam DE: seù vt TA, ad dimidiam AH: seù vt rectangulum BVD, ad dimidium rectanguli BED: seù vt rectangulum BTA, ad dimidium rectanguli BHA: seù tandem vt rectangulum RTY, ad dimidium rectanguli FHG.

Item cum in schem. posito in schol. prop. 40. supposito

fito RBZ, ABC, esse conos, probatũ fuit ibidem excessum cylindri RC, supra illos conos esse proportionaliter analogum cum parabola quadratica; sequitur, quod si prædictus excessus secetur plano LPM, deinde supponamus rursum secari plano ITX, secante bifariam SG, in V: sequitur inquam SG, secari à centro grauitatis partis excessus geniti ex reuolutione segmenti LPBTR, in prædictis rationibus.

Tandem inspiciatur schema positum in proposit. 26. in quo ex cit. schol. annulus latus ex hyperbola ABC, circa KM, probatus fuit proportionaliter analogus cum parabola quadratica AOC. Si ergo illæ annulus secetur prius vbilibet plano NBV, deinde plano IST, secante bifariam KL, in puncto, in quo ipsam secat; eadem compendia supra exposita colligemus circa centrum grauitatis portionis annuli ex portione hyperbolæ ABN. Hæc enim omnia patent ex dictis, & lector memor supradictorum facile percipiet. Nè ergo ipsi tædium afferamus ad alia transeamus.

Parabola quadratica habet lineam quandam, quæ appellatur parameter, seù latus rectum; cuius natura est, vt quadrata ordinatim applicatarum, æqualia sint rectangulis contentis sub hac, & sub portionibus axis abscissis versus verticem ab ordinatim applicatis. Hanc proprietatem habent quoque aliæ infinitæ parabolæ, sed suo modo: adeovt in qualibet sit assignabilis quædam linea, vt potestates ordi-

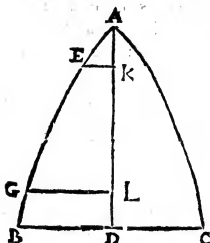
natim

natim applicatarum parabolæ congruentes, ęquales sint potestatibus factis sub prędictis abscissis ab ordinatim applicatis, & sub potestate talis lineæ vno gradu depressiore potestate parabolę. Sit ergo.

PROPOSITIO XLIX.

Si fiat vt diameter parabolæ ad semibasim, sic huius potestas vno gradu depressior potestate parabolæ ad similem potestatem lineæ inueniendæ. Potestates applicatarum ordinatim in parabola eiusdem gradus cum parabola, æquales erunt factis sub abscissis diametri versus verticem ab ordinatim applicatis, & sub potestate lineæ inuentæ, vno gradu depressiore potestate parabolæ.

ESto quælibet parabola B A C, in qua fiat vt diameter A D, ad semibasim D B, sic potestas huius vno gradu depressior potestate parabolæ, ad similem potestatem A H: v. g. si parabola est quadratica, sic D B, ad A H; si est cubica, sic quadratum D B, ad quadratum A H: si est quadratoquadratica, sic cubus D B, ad cubum A H. Dico, quod si ordinatim applicentur G L, E k, potestas G L, eiusdem gradus cum parabola ęqualis erit facto sub L A, & sub potestate A H, vno gradu depressiore potestate parabolæ, & sic de cæteris. Quoniam enim vt A D, ad D B, sic potestas D B, vno gradu depressior potestate parabolæ, ad similem potestatem



tem A H; ergo factum ſub D A, & ſub prædicta poteſtate A H, erit ęquale poteſtati B D, eiuſdem gradus cum parabola. Cum autem ſit ex geneſi parabolæ, vt poteſtas B D, eiuſdem gradus cum parabola ad ſimilem poteſtatem G L, ſic D A, ad A L. Et vt D A, ad A L, ſic factum ſub D A, & ſub poteſtate A H, vno gradu depreſſiore poteſtate parabolæ, ad factum ſub L A, & ſub prędicta poteſtate A H. Ergo & vt factum ſub D A, & ſub tali poteſtate A H, ad factum ſub L A, & ſub poteſtate A H, ſic poteſtas B D, eiuſdem gradus cum parabola ad ſimilem poteſtatem G L. Ergo & permutando, vt factum ſub D A, & ſub tali poteſtate A H, ad poteſtatem B D, eiuſdem gradus cum parabola, ſic factum ſub L A, & ſub poteſtate A H, ad poteſtatem

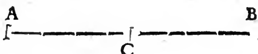
statem GL, eiusdem gradus cum parabola. Cum autem factum sub DA, & sub potestate AH, ostensum fuerit ęquale potestati prędictę BD. Ergo & factum sub LA, & sub potestate AH, erit ęquale potestati GL. Idem patebit de reliquis. Quare etiam patebit propositum.

SCHOLIVM.

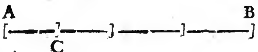
Sed lubet huic tractatui finem imponere infinitarum parabolarum tangentibus, ac maximis inscriptibilibus, minimisque circumscriptilibus infinitis parabolis, infinitis conoidibus, ac semifusis parabolicis. Pro quibus reperiendis nobis necessaria est doctrina quædam, quę cum sit nimis prolixa, ex alijs est petenda. Euclides in 6. Elementorum libro, proposit. 27. ostendit. *Omnium parallelogrammorum ad eandem rectam lineam applicatorum, & deficientium figuris parallelogrammis similibus, & similiter positis ei, quæ à dimidia describitur, maximum est quod ad dimidiam est applicatum, simile existens defectui.* Quod Euclides demonstrauit in planis, Eutocius de sphæra, & cylind. proposit. 3. Bonauentura Caualerius, in exercit. 6. proposit. 18. Ricardus Albius in suo hemisphę. dissecto. proposit. 42. extenderunt suo modo ad solida, patefacientes. *Omnium parallelepipedorum ad eandem rectam lineam applicatorum cubisque deficientium, maximum esse, quod ad tertiam illius partem applicatur.* Hanc denique doctrinam Petrus Paulus Carauaggius Me-

 dio-

diolanenfis eruditiffimus geometra in fua geometria applicationum, ampliauit ad altiores poteftates, oftendendo applicationem aliarum poteftatum feruare fimilem ordinem partium ad quas fit applicatio; adeo vt magnitudo ad quam fieri debet applicatio fit fecanda in tot partes quota eft magnitudo, quæ debet applicari, in ordine graduum; & applicatio fit facienda ad illarum vnicam. V.g. fi ad partem datæ A B, fit applicandum parallelogrammum dificiens,&c. hoc eft fi A B, fit fic fecanda in C, vt rectangulum A C B, fit omnium maximum illorum, quæ poffunt fieri ex partibus A B; punctum C, fit illud quod biffecat A C.







Si vero fit applicandum parallelepipedum, hoc eft fi A B, taliter fit fecanda in C, vt folidum factum fub A C, in quadratum C B, fit omnium maximum; A C, debet effe tertia pars A B. Si vero fit applicandum planoplanum, adeo vt factum fub A C, in cubum C B, fit omnium maximum. A C; debet effe quarta pars A B. Et fic in infinitum in altioribus poteftatibus. Hæc ergo doctrina nobis eft neceffaria pro impofterum dicendis. Quam etiam lector

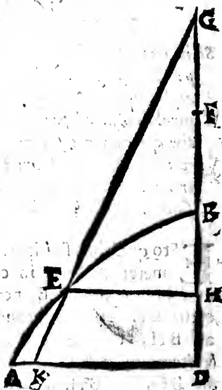
ctor debet supponere, vel in citat. opere Carauaggij inspicere.

PROPOSITIO L.

Si in qualibet infinitarum parabolarum sumatur aliquod punctum à quo ad diametrum recta linea ordinatim applicetur, diameterque ità producatur vt pars extra parabolam sit ad partem diametri abscissam ab ordinatim applicata versùs verticem vt numerus parabolæ vnitate minutus ad vnitatem. Rectà linea, quæ ab extremitate inuentæ lineæ ducitur ad illud punctum, quod sumptum fuerat, parabolam continget.

Esto quælibet semiparabola cuius vertex B, diameter BD, & in curua parabolica sumatur quodlibet punctum E, per quod ordinatim applicetur EH, producaturque HB, in G, vt GB, sit ad BH, vt numerus parabolæ vnitate minutus ad vnitatem: v. g. si parabola sit quadratica, fiat æqualis BG, ipsi BH: si sit cubica sit GB, dupla BH, & sic in infinitum (supponatur in præsenti parabolam esse cubicam) & iungatur GE. Dico hanc parabolam contingere. Si non, cadat intra; & intelligatur ordinatim applicata AKD. Quoniam AD, maior est DK, ergo quælibet potestas AD, maior erit qualibet potestate KD, eiusdem gradus. Ergo quælibet potestas AD, eiusdem gradus cum parabola ad potestatem EH, eiusdem gradus, habebit

maiorem rationem quam similis poteſtas K D, ad eandem poteſtatem E H. V. g. maior erit ratio cubi A D, ad cubum E H, quam cubi k D, ad eundem cubum E H. Sed vt poteſtas A D, ad poteſtatem E H, ſic ex natura parabolæ, D B, ad B H; & vt D B, ad B H, ſic factum ſub D B, & ſub poteſtate B G, vno gradu inferiori poteſtate parabolæ, ad factum ſub eadem poteſtate G B, & ſub B H. Ergo maior erit ratio facti ſub D B, & ſub tali poteſtate B G, ad factum ſub H B, & ſub eadem poteſtate B G, ratione poteſtatis k D, eiuſdem gradus cum parabola, ad ſimilem poteſtatem E H. V. g. maior erit ratio facti ſub D B, & ſub quadrato B G, ad factum ſub H B, & ſub quadrato B G, ratione cubi K D, ad cubum E H. Sed vt poteſtas K D, ad ſimilem poteſtatem E H, ſic ſimilis poteſtas DG, ad ſimilem poteſtatem G H. Ergo & factum ſub D B, & ſub poteſtate B G, vno gradu depreſſiori poteſtate parabolæ, ad ſimile

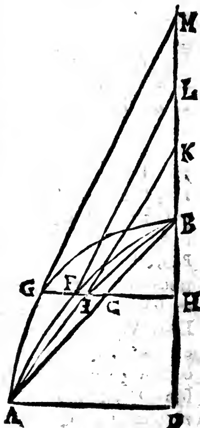


simile factum sub HB, & sub eadem potestate BG, erit in maiori ratione quam potestas DG, eiusdem gradus cum parabola ad similem potestatem GH. Ergo & permutando primum factum ad potestatem DG, erit in maiori ratione quam secundum factum ad potestatem GH. V.g. factum sub DB, in quadratum BG, habebit ad cubum DG, maiorem rationem, quam factum sub HB, & sub quadrato BG, ad cubum HG. Quod implicat, quia factum sub DB, & sub potestate BG, est in minori ratione ad potestatem DG, & non in maiori. Quia ex doctrina scholij anteced. factum sub HB, & sub potestate BG, est omnium maximum homogeneorum sub partibus HG, non sic factum sub DB, & sub potestate BG, est maximum homogeneorum sub partibus DG. V.g. factum sub HB, & sub quadrato BG, est maximum omnium parallelepipedorum applicabilium ad partem HG, non sic est maximum factum sub DB, & sub quadrato BG, applicabilium ad partem DG. Quare patet propositum.

SCHOLIVM.

Ex dictis facile eliciemus, quod si circa diametrum BD, & super eadem basi AD, intelligamus infinitas semiparabolas, & accepto in diametro BD, puncto H, ducatur HCEFG, parallela AD, secans omnes curuas parabolicas, & pariter intelligamus infinitas tangentes KE, LF, MG, &c. eliciemus inquam, triangula infinita CBH, EkH, FLH,

GMH,



GMH, &c. esse talis naturæ vt latera HB, HK, HL, HM, &c. sint in continua proportione Arithmetica; bases vero EH, FH, GH, &c. sint maiores omnium mediarum proportionalium reperibilium inter AD, CH. Primum patet, quia HB, Bk, kL, LM, &c. sunt omnes æquales. Secundum patet; quia cum sit vt quadratum AD, ad quadratum EH, sic DB, ad BH, seù AD, ad CH; EH, erit media proportionalis inter AD, CH. Item cum sit vt cubus AD, ad cubum FH, sic DB, ad BH, seù AD, ad CH; erit FH, maior duarum mediarum inter AD, CH. Et sic dicatur de cæteris.

Notetur etiam, quod à supradicta regula inueniendi tangentem non excluditur prima parabola, nempe triangulum. Si enim in triangulo ABD, sit datum punctum C, ad quod debeat duci tangens; ducta CH, imperat regula generalis producendam

esse

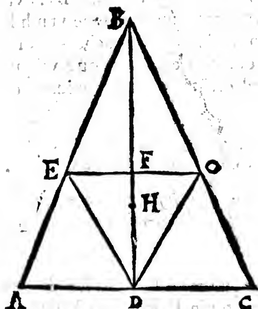
esse HB, vt pars vltra B, sit ad BH, vt numerus parabolæ vnitate minutus, nempe vt nihil, ad vnitatem. Ergo HB, non est producenda, sed à puncto B, ad C, ducenda est linea, quæ vtique quodammodo potest dici tangere triangulum, quia ipsum non secat.

PROPOSITIO LI.

Maximum triangulum inscriptum in quolibet triangulo, est cuius basis bifariam diuidit diametrum circumscripti.

ESto triangulum ABC, cuius diameter BD, quæ secetur in F, bifariam à base EO, trianguli EDO. Dico triangulum EDO, esse maximum omnium inscriptibilium in triangulo ABC. Quoniam enim triangulum ABC, ad triangulum EDO, habet rationem compositam ex ratione AC, ad EO (nempe ex ratione DB, ad BF) & ex ratione BD, ad DF; & hæ duæ rationes componunt rationem quadrati BD, ad rectangulum BFD. Ergo triangulum ABC, erit ad EDO, vt quadratum DB, ad rectangulum BFD. Sed rectangulum BFD, est maximum omnium rectangulorum factibilium ex partibus BD, in puncto diuisæ. Ergo etiam triangulum EDO, erit maximum omnium inscriptibilium intra ABC. Quod &c.

SCHO-



SCHOLIVM.

Notetur obiter centrum grauitatis amborum triangulorum ABC, EDO, esse idem punctum. Sit enim H, centrum grauitatis trianguli ABC. Ergo qualium BD, est 6, & DF, 3, BH, erit 4, DH, 2, & HF, 1. Ergo H, erit etiam centrum grauitatis trianguli EDO.

PROPOSITIO LII.

Maximus conus inscriptibilis in quolibet cono, est cuius diameter est tertia pars circumscripti.

Hæc

HÆc proposit. ostenditur etiam ab Albio in hemisphæ. dissec. proposit. 44. Sed supponamus ABC, EDO, esse conos, & DF, esse tertiam partem DB. Dico conum EDO, esse maximum omnium, &c. Nam, cum conus ABC, ad conum EDO, habeat rationem compositam ex ratione quadrati AD, ad quadratum EF (nempe quadrati DB, ad quadratum BF) & ex ratione DB, ad DF; & cum hæ duæ rationes componant rationem cubi BD, ad factum sub quadrato BF, & sub FD; ergo ABC, erit ad EDO, vt cubus BD, ad factum sub quadrato FB, & sub FD. Cum ergo hoc factum sit maximum omnium homogeneorum ipsi factorum ex partibus BD, in puncto diuisæ. Ergo etiam conus EDO, erit maximus omnium inscriptibilium &c. Quod &c.

SCHOLIVM.

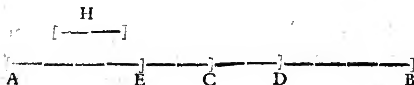
Sed hìc etiam obiter notetur centrum grauitatis amborum conorum esse idem punctum. Sit enim rursum H, centrum grauitatis coni ABC. Ergo qualium BD, est 12, DF, 4, & DH, 3, talium HF, est 1. Ergo H, erit centrum grauitatis etiam coni EDO.

Pariter notetur, conum ABC, esse ad conum EDO, vt 27, ad 4. Nam sic est cubus BD, ad factum sub quadrato BF, & sub FD.

PROPOSITIO LIII.

Datam AD, taliter producere in B, vt BD, sit ad excessum DA, supra dimidiam AB, in data proportione.

DAta ratio sit, quam habet AD, ad H, & sic secetur AD, in E, vt sit AE, ad ED, vt H, ad dimidiam AD, & ipsi DE, fiat ęqualis DB. Ergo si AB,



diuidatur bifariam in C, punctum C, cadet inter A, D. Sit ergo AB, diuisa bifariam in C. Quoniam AE, est æqualis AB, minus EB, ergo etiam dimidia AE, erit æqualis dimidiæ AB, minus dimidia EB. Sed CB, est dimidia AB, & BD, est dimidia EB; ergo dimidia AE, erit æqualis CB, minus DB; nempe CD. Tunc, quoniam factum fuit vt H, ad dimidiam AD, sic AE, ad ED; ergo & ad consequentium dupla. Ergo vt H, ad AD, sic AE, ad EB. Et conuertendo, vt AD, ad H, sic BE, ad EA. Sed vt BE, ad EA, ita BD, dimidia BE, ad dimidiam AE, nempe ad CD, ei æqualem. Ergo vt AD, ad H, sic BD, ad

ad DC, exceſſum DA, ſupra AC, dimidiam AB. Quod erat faciendum.

PROPOSITIO LIV.

Si diameter cuiuslibet infinitarum parabolarum ſic producatur vt pars exterior producta, ſit ad exceſſum diametri ſupra dimidiam compoſita ex diametro, & ex producta vt numerus parabolæ vnitate minor, ad vnitatem. Triangulum inſcriptum in parabola, cuius baſis biſecet illam compoſitam, erit omnium maximum in ipſa inſcriptibilium.

DB, diameter parabolæ cuiuſcunque ABC, ſic producatur in E, vt EB, ſit ad BF, exceſſum BD, ſupra DF, medietatem DE, vt numerus parabolæ vnitate minutus, ad vnitatem, & fiat triangulum GDH. Dico hoc eſſe maximum omnium inſcriptibilium in ABC. Ducantur FGK, EHL. Ergo ex propoſit. 50. erunt tangentes parabolam, & triangulum KEL, erit parabolæ circumſcriptum. Si ergo triangulum GDH, non eſt maximum parabolæ inſcriptum, ſit hoc triangulum, cuius baſis OP, infra, vel ſupra GH, quæ producatur vſque ad triangulum in M, & N; & pariter intelligatur triangulum MDN, cuius baſis MN. Cum DE, ſecta ſit bifariam in F; ergo triangulum GDH, erit maximum inſcriptibilium intra triangulum KEL. Ergo erit maius triangulo cuius baſis MN. Ergo

 multo

multo maius triangulo ODP, cuius basis OP. Quare patet propositum.

SCHOLIVM I.

Ab hac regula generali reperiendi triangulum maximum inscriptibilium in parabola non excluditur prima parabola, nempe triangulum. Cum enim iubeat regula sic esse producendam diametrum DB, vt pars extra sit ad excessum BD, supra medietatem compositæ ex BD, & ex producta, vt numerus parabolæ vnitate minutus ad vnitatem; patet in prima parabola, cuius numerus est vnitas, numerum vni-

tate

tate minutum esse nihil; vnde DB, in triangulo non est producenda; sed supponendo ABC, esse triangulum, BD, est bissecanda, & triangulum GDH, est maximum. Quod sic esse, probatum est supra proposit. 51.

SCHOLIVM II.

Triangulum ergo GDH, maximum inscriptibilium intra parabolam ABC, sic diuidit DB, in F, vt BF, sit ad FD, vt vnitas ad numerum parabolæ. V. g. in triangulo vt 1, ad 1. In parabola quadratica vt 1, ad 2. In cubica vt 1, ad 3. Et sic in infinitum. In triangulo enim, patet ex dictis. In alijs sic patebit. Quum etenim sit EB, ad BF, vt numerus parabolæ vnitate minutus, ad vnitatem; erit componendo, EF, ad FB, vt numerus parabolæ ad vnitatem. Sed FD, est æqualis EF. Quare patet propositum.

PROPOSITIO LV.

Maximum triangulum inscriptibile in figura constante ex duabus quibuscunque semiparabolis, sic dispositis, vt sæmibasis euadat diameter, est æquale maximo inscripto in parabola.

MEnte intelligamus semiparabolam ABD, duplicari ad partes AD. Dico maximum triangulum

gulum inſcriptibile in tali figura, eſſe æquale triangulo G D H. Hoc oſtendetur in ſemiparabola, quod enim probabitur de dimidia, patebit etiam de tota. Sit ergo G D H, maximum triangulum inſcriptibile in parabola, & ducatur G Q, B D, diametro parallela: patet triangulum G Q D, eſſe æquale triangulo G D F; & eius duplum, ipſi G D H. Dico triangulum G Q D, eſſe maximum &c. Etenim, cum E D, ſit dupla D F, ſeù G Q, etiam D k, erit dupla D Q. Ergo triangulum D Q G, erit maximum inſcriptibilium intra triangulum k E D. Si ergo G Q D, non eſt maximum inſcriptibilium etiam in ſemiparabola, ſit aliud, cuius baſis producta vſque ad E k, ſecet ipſam, & curuam parabolicam infra, vel ſupra G Q, vt ſupra dictum eſt de M N. Ergo triangulum cuius baſis ſecans k E, erit minus triangulo G Q D. Ergo triangulum cuius baſis pertingens tantum ad curuam parabolicam, erit multo minus triangulo G Q D. Quare patet propoſitum.

PROPOSITIO LVI.

Si A B, ſit taliter ſecta in C, & D, vt A C, ſit tertia pars A B. Erit C D, duo tertia A D, minus tertia parte D B.

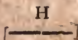
Cum



CVm enim AC, sit tertia pars AB; ergo CB, erit duo tertia AB; nempe duo tertia AD, cum duobus tertijs DB. Ergo CD, erit duo tertia AD, minus tertia parte DB. Quod &c.

PROPOSITIO LVII.

Datam AD, taliter producere in B, vt BD, sit ad excessum DA, supra tertiam partem AB, in data proportione.





DAta proportio sit, quam habet AD, ad H; & fiat vt tripla H, cum AD, ad AD, ità dupla AD, ad DB. Patet BD, minorem esse dupla AD. Quare si fiat AC, tertia pars AB, punctum C, cadet inter A, D. Sit ergo AC, tertia pars AB.

Quoniam vt tripla H, cum AD, ad AD, sic dupla AD, ad DB; ergo diuidendo vt tripla H,

ad

ad AD, ità dupla AD, minus DB, ad DB. Et antecedentium subtripla. Ergo vt H, ad AD, ita duo tertia AD, minus tertia parte DB, ad DB. Sed ex proposit. anteced. CD, est duo tertia AD, minus tertia parte DB. Ergo vt H, ad AD, sic CD, ad DB. Et conuertendo, vt AD, ad H, sic BD, ad DC, excessum DA, supra AC, tertiam partem AB. Quod erat faciendum.

PROPOSITIO LVIII.

Si diameter cuiuslibet infinitorum conoideorum sic producatur, vt pars exterior producta sit ad excessum diametri supra tertiam partem compositæ ex diametro, & ex producta, vt numerus parabolæ vnitate minutus ad vnitatem. Conus inscriptus in conoide, cuius diameter sit tertia pars illius compositæ, erit maximus omnium inscriptibilium in conoide.

DB, diameter conoidis cuiuscunque ABC, sic producatur in E, vt EB, sit ad BF, excessum BD, supra DF, tertiam partem DE, vt numerus parabolæ vnitate minutus, ad vnitatem; & intelligamus conum GDH, cuius diameter FD. Dico hunc esse omnium maximum inscriptibilium in conoide. Ductis enim tangentibus EGK, EHL, intelligamus conum kEL, circumscriptus conoidi. Et si conns GDH, non est omnium maximus, sit alius cuius basis OP, infrà, vel supra GH, quæ

pro-

producatur in M N. Ergo ex proposit. 52. conus M D N, cuius basis M N, erit minor cono G D H. Ergo conus cuius basis O P, erit multo minor cono G D H. Patet ergo propositum.

SCHOLIVM.

Sicuti ergo supra diximus regulam generalem assignatam in parabolis, habere locum etiam in prima parabola, sic nunc animaduertimus præsentem generalem regulam habere locum etiam in primo conoide, nempe in cono. Hoc autem facile quilibet cognoscet.

Sicuti facile agnoſcet DB, taliter ſecari in F, vt BF, ſit ad FD, vt vnitas ad dimidium numeri conoidis. Nempe in cono vt 1, ad dimidium, ſeu vt 2. ad 1. In conoide quadratico, vt 1, ad 1. In cubico vt 1, ad 1, cum dimidio, & ſic in infinitum. In cono res ſupra patuit in propoſit. 52. In alijs conoidibus ſic patebit. Nam cum EB, ſit ad BF, vt numerus conoidis vnitate minutus ad vnitatem, erit componendo, EF, ad FB, vt numerus conoidis ad vnitatem. Cum autem DF, ſit dimidium FE, patet conuertendo propoſitum.

PROPOSITIO LIX.

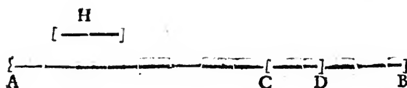
Si AB, taliter ſecetur in C, & D, vt AC, ſit duo tertia AB. CD, erit tertia pars AD, minus duobus tertijs DB.

CVm enim AC, ſit duo tertia AB, ergo CD, erit tertia pars AB; nempe tertia pars AD, plus tertia parte DB. Quare CD, ſola erit tertia pars AD, minus duobus tertijs DB. Quod &c.

PROPOSITIO LX.

Datam AD, taliter producere in B, vt BD, ſit ad exceſſum DA, ſupra duo tertia AB, in data propoſitione.

Iti-



ITidem ratio data sit quam habet A D, ad H; & fiat vt tripla H, cum dupla A D, ad A D, ita A D, ad DB. Patet BD, minorem esse subdupla A D; & consequenter tertia parte totius A B. Quare A D, est maior duobus tertijs AB, quę sit AC Dico A D, esse sic productam in B, vt B D, sit ad D C, excessum A D, supra AC, duo tertia A B, vt A D, ad H. Quoniam enim factum est vt tripla H, cum dupla A D, ad A D, ita A D, ad DB; ergo & duabus vicibus diuidendo, erit tripla H, ad AD, vt A D, minus dupla D B, ad D B. Et antecedentium subtripla, nempe vt H, ad A D, ita tertia pars A D, minus duobus tertijs BD, ad BD. Et conuertendo, vt A D, ad H, sic B D, ad tertiam partem A D, minus duobus tertijs D B; nempe ex prop. ant. ad D C. Quod erat faciendum.

PROPOSITIO LXI.

Si diameter cuiuscunque parabolæ sic producatur vt pars exterior producta, sit ad excessum diametri supra duo ter-

tia compositæ ex diametro, & ex producta, vt numerus parabolæ vnitate minutus, ad vnitatem. Conus cuius radius basis sit æqualis duobus tertijs prædictæ compositæ, erit maximus omnium inscriptibilium in semifuso ex semiparabola.

Diameter DB, in schem. antec. parabolæ cuiuscunque sic producatur in E, vt EB, sit ad BF, excessum BD, supra DF, duo tertia DE, vt numerus parabolæ vnitate minutus ad vnitatem, & fiat triangulum GQD, vt GQ, sit æqualis FD; intelligamusque semiparabolam ABD, cum triangulo QGD, rotari circa AD. Dico conum ex QGD, esse maximum omnium inscriptibilium in semifuso. Intelligatur tangens EGK, & conus ex triangulo kED, circa kD. Quoniam EF, est tertia pars ED, nempe GE, est tertia pars EK, ergo & QD, erit tertia pars Dk. Ergo conus ex triangulo QGD, erit ex proposit. 52. maximus omnium inscriptibilium in cono ex triangulo kED, reuolutis ambobus circa kD. Si autem conus non sit maximus, sit alius, si est possibile; & deducetur ad absurdum vt factum est prius. Quare ex dictis, patebit propositum.

SCHOLIVM.

Nec etiam in præsenti excluditur à regula generali primus semifusus, nempe conus, vt consideranti patebit.

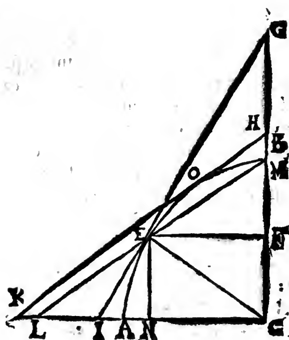
Sed

Sed notetur, in semifusis, BD, secari in F, aliqua continuata serie, nempe sic vt BF, sit ad FD, vt vnitas ad duplum numerum fusi. Nempe in primo vt 1, ad 2. In secundo vt 1, ad 4. In tertio vt 1, ad 6. & sic in infinitum. Quod enim in primo semifuso, nempe in cono sit vt 1, ad 2, patet ex dictis. In alijs sic patebit. Nam cum sit EF, ad FB, componendo, vt numerus parabolæ ad vnitatem; erit conuertendo FB, ad FE, vt vnitas ad numerum parabolæ. Et ad DF, duplam FE, vt vnitas ad duplum numerum parabolæ, seù semifusi.

PROPOSITIO LXII.

Minimum triangulum circumscriptum cuilibet infinitarum parabolarum, est illud cuius latera tangunt basim maximi trianguli in parabola inscripti.

ESto semiparabola quælibet ABC, cuius diameter BC, & in ipsa sit inscriptum maximum triangulum ECF (quod enim dicetur de dimidia intelligetur etiam de tota) sitque ei circumscriptum triangulum GEIC. Dico hoc esse minimum omnium circumscriptibilium semiparabolæ. Si non, sit minimum HOkC, & per punctum E, ducatur LEM, parallela KH. Patet manifestè triangulum LMC, minus esse triangulo kOHC, cum LM, secet, kH, vero tangat parabolam. Quoniam autem ex superioribus, triangulum EFC, est maximum



ximum inſcriptibilium intra triangulum IGC, quia ſupponitur ſecare GC, bifariam in F, ergo non erit maximum inſcriptibilium intra triangulum LMC, quia MC, non ſecabitur bifariam in F. Ergo triangulum EFC, habebit ad triangulum IGC, maiorem rationem, quam ad triangulum LMC. Sed idem triangulum EFC, ad triangulum LMC, habet maiorem rationem quam ad triangulum kHC. Ergo EFC, erit ad IGC, in multo maiori ratione quam ad kHC. Ergo IGC, minus erit kHC.

Non

Non ergo KHC, est minimum, sed IGC. Quod &c.

SCHOLIVM.

Cum autem in proposit. 54. assignatus sit modus reperiendi triangulum maximum EFC, fuit consequenter expositus etiam modus reperiendi triangulum minimum. GIC.

Insuper notetur, triangulum minimum circumscriptum parabolæ, æquale esse triangulo minimo circumscripto figuræ constante ex duabus semiparabolis supra expositis. Triangulum enim GIC, duplicatum ad partes GC, est æquale eidem GIC, duplicato ad partes IC.

PROPOSITIO LXIII.

Conus minimus circumscriptus cuilibet infinitorum conoideorum vel semifusorum parabolicorum, est ille, qui tangit basim maximi coni in illis solidis inscripti.

SEd supponamus conum ex triangulo EFC, esse maximum inscriptibilium intra conoides ex semiparabola ABC, circa BC, & conum ex triangulo GIC, tangere basim coni inscripti. Dico conum ex triangulo GIC, esse minimum circumscriptibilium conoidi. Si non, sit minimus ille, qui oritur ex triangulo HkC, & ducta LEM, parallela kH, intelligamus

gamus conum ex triangulo LMC, qui vtique erit minor cono ex triangulo KHC. Conus ergo ex triangulo EFC, cum sit maximus inscriptus in conoide, erit ex dictis, maximus inscriptus in cono ex triangulo IGC. Non ergo erit maximus inscriptus in cono ex triangulo LMC. Ergo conus ex triangulo EFC, erit ad conum ex triangulo GIC, in maiori ratione quam ad conum ex triangulo LCM. Ergo in multo maiori quam ad conum ex triangulo HkC. Non ergo erit minimus conus ex triangulo kHC, sed ille ex triangulo IGC.

Pariter si conus ex triangulo ENC, sit maximus inscriptus in semifuso ex semiparabola ABC, reuoluta circa AC, conus ex triangulo GIC, circa IC, erit minimus circumscriptus semifuso; quod, vt patet, probabitur eodem modo. Quare patet propositum.

SCHOLIVM.

Cum ergo in propositionibus 58, & 61, assignauerimus conos maximos inscriptos in conoidibus, & in semifusis, pariter explicauimus vnica vice, conos etiam minimos prædictis solidis circumscriptos. Notandum tamen diuersos esse conos minimos his solidis circumscriptos; nam in cono circumscripto conoidi, CF, est tertia pars GC; in cono vero circumscripto semifuso, CF, est duæ tertiæ partes GC. Quæ omnia cum sint manifestissima ex supra dictis,

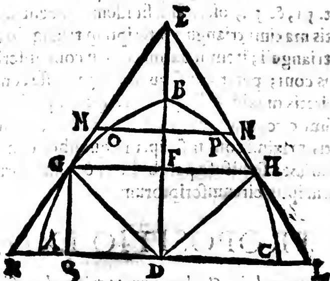
ideo

ideo circa ipsa nequaquam immoramur. Solum animaduertendum est, quod cum supra in scholijs proposit. 51, & 52, ostensum sit idem esse centrum grauitatis maximi trianguli inscripti in triangulo, & ipsius trianguli; item maximi coni in cono inscripti, & ipsius coni; patet consequenter idem esse centrum grauitatis maximi trianguli inscripti in parabola, & minimi circumscripti; item idem esse centrum grauitatis maximi coni inscripti in quolibet conoide, & in quolibet semifuso parabolico, & minimorum conorum ipsis circumscriptorum.

PROPOSITIO LXIV.

Quælibet parabola est ad maximum triangulum sibi inscriptum, vt pars semibasis parabolæ, quæ se habeat ad semibasim vt binarium ad numerum parabolæ vnitate auctum, ad vltimam proportionalem proportionis semibasis parabolæ, ad semibasim trianguli, continuatæ in tot terminos, vt numerus eorum excedat numerum parabolæ binario.

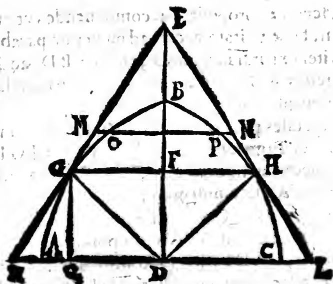
ESto quælibet parabola ABC, sitque maximum triangulum in ea inscriptum GDH, vt supra dictum est. Dico parabolam esse ad triangulum GDH, vt talis pars AD, quæ sè habeat ad AD, vt binarium ad numerum parabolæ vnitate auctum, ad vltimum terminum proportionis AD, ad GF, continuatæ in tot terminos, vt numerus eorum exce-



dat numerum parabolæ binario. V.g. in prima parabola, nempe in triangulo vt A D, ad tertiam proportionalem. In quadratica vt duo tertia A D, ad quartam. In cubica vt duo quarta, seù dimidium A D, ad quintam. Et sic in infinitum. Sit illa vltima proportionalis A Q. In prima parabola, nempe in triangulo res est euidens, quia sicuti triangulum A B C, esset quadruplum trianguli G D H, maximi sibi inscripti, sic A D, quia A D, esset dupla G F, esset quadrupla A Q, tertiæ proportionalis. In alijs parabolis nè schemata multiplicemus, intelligamus inscripta triangula etiam A B C, quorum bases A C, diametri D B. Triangulum A B C, ad triangulum

G D H,

GDH, habet rationem compositam ex rationibus AD, ad GF, & BD, ad DF. Sed BD, ad DF, est ex schol. 2. proposit. 54. componendo, vt numerus parabolæ vnitate auctus ad numerum parabolæ, & pariter ex natura parabolæ, cum sit BD, ad DF, vt potestas AD, eiusdem gradus cum parabola, ad excessum ipsius supra similem potestatem GF, nempe ad tot tales potestates GF, quotus est numerus parabolæ. Ergo ratio trianguli ABC, ad GDH, componetur ex ratione AD, ad GF, & ex ratione potestatis AD, eiusdem gradus cum parabola ad tot similes potestates GF, quotus est numerus parabolæ. Sed ex istis rationibus componitur quoque ratio potestatis AD, vno gradu altioris potestate parabolæ, ad tot similes potestates GF, quotus est numerus parabolæ. Ergo triangulum ABC, erit ad triangulum GDH, vt illa potestas AD, ad illas potestates GF. Sed vt potestas AD, ad vnam potestatem GF, sic DA, ad AQ: ergo & vt potestas dicta AD, ad omnes illas potestates GF, sic DA, ad tot AQ. Erit ergo triangulum ABC, ad triangulum GDH, vt DA, ad tot AQ, quotus est numerus parabolæ. Quoniam vero ex proposit. 1. lib. prim. est conuertendo, parabola ABC, ad parallelogrammum sibi circumscriptum vt numerus parabolæ ad numerum parabolæ vnitate auctum, nempe vt duplus numerus parabolæ, ad duplum numerum binario auctum; ergo parabola ABC, erit ad triangulum ABC, dimidium parallelogrammi



ſibi circumſcripti vt duplus numerus parabolę ad numerum parabolæ vnitate auctum; nempe vt magnitudo, quæ ſe habeat ad A D, vt duplus numerus parabolæ, ad numerum parabolæ vnitate auctum, ad A D. Quare ex ęquali, erit parabola ABC, ad triangulum G D H, vt dicta magnitudo, quæ ad AD, sè habeat vt duplus numerus parabolæ ad numerum parabolæ vnitate auctum, ad tot A Q, quotus eſt numerus parabolæ. Cum verò antecedens huius proportionis contineat duplum numerum parabolæ, & conſequens numerum parabolæ; ſequitur antecedens diuidi in tot binaria, in quot vnitates diuiditur conſequens: vnde erit vt prædictum antecedens ad prædictum

dictum consequens, sic vnum binarium antecedentis, ad vnitatem consequentis. Erit ergo vt duæ partes illius magnitudinis diuisæ in tot partes quotus est numerus parabolę duplus, & consequenter ipsius AD, diuisæ in tot partes quotus est numerus parabolę vnitate auctus, ad AQ. Quod erat ostendendum.

SCHOLIVM.

Cum autem in proposit. 55, visum sit, triangulum GQD, esse dimidium trianguli maximi inscripti in figura constante ex duabus semiparabolis; sequitur hoc esse ad triangulum maximum sibi inscriptum in supra dicta ratione, continuata ratione AD, ad DQ, diametrum trianguli æqualem GF, vt dictum est. Pariter cum minima triangula circumscripta tam infinitis parabolis, quam infinitis figuris constantibus ex duabus semiparabolis, sint quadrupla maximorum triangulorum in ipsis inscriptorum; sequitur prædictas figuras esse ad minima triangula circumscripta, vt idem antecedens ad quadruplum consequentis: vel vt quarta pars antecedentis ad idem consequens.

PROPOSITIO LXV.

Quodlibet conoides parabolicum est ad maximum conum sibi inscriptum, vt pars radij basis conoidis, quæ se habeat ad totum radium vt vnitas ad numerum conoidis binario auctum,

auctum, ad sextam partem vltimæ proportionalis proportionis dicti radij ad radium basis coni, continuatæ in tot terminos vt numerus eorum excedat numerum conoidis ternario.

SEd supponamus ABC, esse conoides parabolicum, & DGH, maximum conum illi inscriptum, &c. & ratio AD, ad GF, continuetur in tot terminos vt numerus excedat numerum conoidis ternario, sitque vltimus terminus AQ. Dico conoides ad conum esse vt pars AD, quæ se habeat ad dictam AD, vt vnitas ad numerum conoidis binario auctum, ad sextam partem AQ. V. g in primo conoide, nempe in cono, vt tertia pars AD, ad sextam partem AQ, quartæ proportionalis. In secundo, vt quarta pars AD, ad sextam partem AQ, quintæ proportionalis. In cubico, vt quinta pars AD, ad sextam partem AQ, sextæ. Et sic in infinitum.

In cono, patet. Quia si ABC, est conus, BF, est dupla FD. Cumque pateat ex propos. 52, ABC, esse ad GDH, vt cubus DB, ad factum sub quadrato BF, in FD, nempe in medietatem BF; nempe ad medietatem cubi BF; & cum sit vt cubus DB, ad medietatem cubi BF, sic cubus AD, ad medietatem cubi GF; nempe tertia pars cubi AD, ad sextam partem cubi GF: & pariter cum sit vt cubus AD, ad cubum GF, sic AD, ad AQ, & vt tertia pars cubi AD, ad sextam partem cubi GF,

sic

ſic tertia pars AD, ad ſextam partem AQ; ergo patet propoſitum.

In alijs vero conoidibus, mente intelligamus conum ABC, inſcriptum in conoide: ergo conus ABC, ad conum GDH, habet rationem compoſitam ex ratione quadrati AD, ad quadratum GF, & ex ratione BD, ad DF. Sed ex natura conoidis, BD, ad DF, eſt vt poteſtas AD, eiuſdem gradus cum conoide, ad exceſſum eiuſdem ſupra ſimilem poteſtatem GF; & pariter ex ſchol. propoſit. 58, componendo, eſt BD, ad DF, vt dimidium numeri conoidis vnitate auctum ad dimidium numeri conoidis; nempe vt numerus conoidis binario auctus, ad numerum conoidis; vnde exceſſus prædictæ poteſtatis AD, ſupra ſimilem poteſtatem GF, continet tot partes prædictæ poteſtatis AD, diuiſæ in tot partes quotus eſt numerus conoidis binario auctus, quotus eſt numerus conoidis; nempe tot medietates ſimilis poteſtatis GF, quotus eſt numerus conoidis. Ergo proportio coni ABC, ad conum GDH, componetur ex ratione quadrati AD, ad quadratum GF, & ex ratione poteſtatis AD, ad tot medietates ſimilis poteſtatis GF, quotus eſt numerus conoidis. Ergo conus ABC, erit ad conum GDH, vt poteſtas AD, duplici gradu altior poteſtate conoidis, ad factum ſub quadrato GF, & ſub prædictis medietatibus poteſtatis GF; nempe ad tot medietates ſimilis poteſtatis GF, quotus eſt numerus conoidis; nempe vt AD, ad tot medieta-

tes

tes AQ, quotus est numerus conoidis. Ast cum ex propofit. 15, lib. 3. sit conuertendo, conoides ABC, ad cylindrum sibi circumscriptum vt numerus conoidis ad numerum conoidis binario auctum; nempe vt triplus numerus conoidis, ad triplum numerum conoidis senario auctum: erit idem conoides ad conum ABC, tertiam partem talis cylindri, vt triplus numerus conoidis, ad numerum conoidis binario auctum: nempe vt tot partes AD, diuisæ in tot partes quotus est numerus conoidis binario auctus, quotus est triplus numerus conoidis, ad AD. Ergo ex æquali, erit conoides ABC, ad conum GDH, vt prædictæ partes AD, quotus est triplus numerus conoidis, ad tot medietates AQ, quotus est numerus conoidis. Et diuisis vtrisque terminis per 3, erit conoides ABC, ad conum GDH, vt tres partes AD, diuisæ prædicto modo, ad dimidiam AQ. Et subtriplando hos terminos, vt vnica talium partium AD, ad sextam partem AQ. Quod erat ostendendum.

SCHOLIVM.

Cum ex supra dictis, constet, minimum conum kEL, conoidi circumscriptum, esse maximum circumscriptum cono GDH; & cum ex schol. prop. 52, constet conum GDH, esse ad conum kEL, vt 4, ad 27, sequitur conoides esse ad conum KEL, vt prædicta pars AD, ad AQ, cum eius octaua parte.

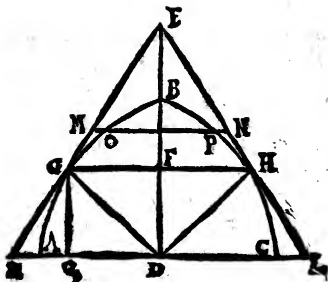
PRO-

PROPOSITIO LXVI.

Quilibet semifusus parabolicus, est ad maximum conum sibi inscriptum vt vnica pars quadrati semibasis parabolæ diuisi in tot partes quot vnitates continet tertia pars rectanguli contenti sub numero fusi vnitate aucto, & sub duplo numero fusi vnitate aucto, ad duo rectangula contenta sub duobus vltimis terminis proportionis basis semiparabolæ ad altitudinem coni, continuatæ in tot terminos, vt numerus eorum excedat numerum fusi binario.

SEd intelligamus semiparabolam ABD, cuius basis AD, diameter BD, cum triangulo GQD, rotari circa AD, adeovt conus genitus sit maximus in semifuso inscriptus: & ratio AD, ad DQ, sit continuata ad tot terminos, vt numerus eorum excedat numerum fusi binario; sintque duo vltimi minimi termini QA, Ak. Dico semifusum ex BAD, esse ad conum ex GQD, vt vnica pars quadrati AD, diuisi in tot partes quot vnitates continet tertia pars rectanguli sub numero fusi vnitate aucto, & sub duplo numero fusi vnitate aucto, ad duo rectangula QAk. V. g. in primo semifuso, vt dimidium quadrati AD, ad illa duo rectangula. In secundo, vt quinta pars quadrati AD. In tertio vt vnica pars quadrati AD, diuisi in 9, cum tertia parte vnius. Et sic discurrendo.

Quod enim in cono sic res se habeat, patet. Quia

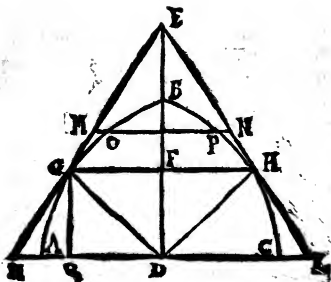


in ipso ratio AD, ad DQ, continuanda est tantum ad tertium terminum; hic sit kA; vnde duo vltimi minimi termini erunt DQ, kA. Ergo est probandum conum ex BAD, esse ad conum ex GDQ, vt dimidium quadrati AD, ad duo rectangula DQ, KA. Cum enim in tali casu, sit AQ, dupla QD, erit conus ad conum vt cubus AD, ad 4. cubos QD; nempe vt dimidium cubi AD, ad duos cubos DQ. Sed vt dimidium cubi AD, ad duos cubos QD, sic dimidium quadrati AD, ad duo rectangula DQ, Ak. Quare patet propositum.

Quod vero vt dimidium cubi ad duos cubos, sic dimidium quadrati ad duo rectangula, est manifestum;

ſtum; quia rationes antecedentium ad conſequentia componuntur ex ijſdem rationibus. Ratio enim dimidij cubi AD, ad cubum DQ, componitur ex ratione AD, ad DQ, & ex ratione dimidij quadrati AD, ad quadratum DQ, quæ ratio eſt æqualis rationi dimidiæ AD, ad AK, ex quibus rationibus componitur quoque ratio dimidij quadrati AD, ad rectangulum DQ, AK.

In alijs vero, intellecto triangulo BAD, reuolutoque ipſo circa AD, habet conus ex ipſo ad conum ex QGD, rationem compoſitam ex ratione AD, ad DQ, & ex ratione quadrati BD, ad quadratum DF, nempe ex duplici ratione BD, ad DF. Cum autem ſit componendo, ex ſchol. propoſit. 61, BD, ad DF, vt duplus numerus fuſi vnitate auctus ad duplum numerum fuſi; & cum pariter ſit BD, ad DF, vt poteſtas AD, eiuſdem gradus cum fuſo ad exceſſum ipſius ſupra ſimilem poteſtatem GF, nempe ad tot ſimiles poteſtates GF, quotus eſt duplus numerus fuſi. Ergo proportio coni ex triangulo BAD, ad conum ex triangulo GQD, componetur ex ratione AD, ad DQ, & ex ratione poteſtatis AD, ad tot ſimiles poteſtates GF, ſeu QD, quotus eſt duplus numerus fuſi, & ex ratione BD, ad DF. Sed ex rationibus AD, ad DQ, & poteſtatis dictæ AD, ad dictas poteſtates QD, componitur ratio poteſtatum vnius gradus altioris. Ergo ratio coni ad conum componetur ex ratione poteſtatis AD, vno



gradu altioris poteſtate fuſi ad tot ſimiles poteſtates DQ, quotus eſt duplus numerus fuſi, & ex ratione BD, ad DF. Sed cum ſit vt poteſtas AD, vno gradu altior poteſtate fuſi ad ſimilem poteſtatem DQ, ſic DA, ad Ak; vnde & vt poteſtas AD, ad tot poteſtates DQ, quotus eſt duplus numerus fuſi ſic DA, ad tot numero Ak. Ergo ratio coni ex triangulo BAD, ad conum ex triangulo GQD, componetur ex ratione AD, ad tot Ak, quotus eſt duplus numerus fuſi, & ex ratione BD, ad DF. Rurſum BD, ad DF, patuit ſupra, eſſe vt poteſtas AD, eiuſdem gradus cum fuſo ad tot ſimiles poteſtates QD, quotus eſt duplus numerus fuſi; & vt talis

pote-

poteſtas ad tales poteſtates ſic, D A, ad tot numero A Q. Ergo ratio coni ad conum componetur ex rationibus A D, ad tot A k, & eiuſdem A D, ad tot Q A, quotus eſt duplus numerus fuſi: nimirum erit conus ad conum vt quadratum A D, ad rectangulum ſub illis tot k A, & A Q, quotus eſt duplus numerus fuſi. Aſt quoniam ex propoſit. 16, lib. 2. eſt conuertendo, ſemifuſus ex ſemiparabola B A D, ad cylindrum ſibi circumſcriptum, vt quadratũ numeri parabolę ad rectangulũ ſub dimidio numeri parabolę vnitate aucti, & ſub duplo numero parabolæ vnitate aucto; vel vt duplum ad duplum; nempe vt duplum quadratum numeri parabolæ ad rectangulum ſub numero vnitate aucto, & ſub duplo numero vnitate aucto, vnde eſt ſemifuſus ad tertiam partem cylindri, nempe ad conum ex triangulo B A D, vt antecedens, ad tertiam partem conſequentis; & vt antecedens ad tertiam partem conſequentis, ſic tot partes quot vnitates continet duplum quadratum numeri fuſi (hoc eſt rectangulum ſub numero, & ſub duplo numero) quadrati A D, diuiſi in tot partes quot vnitates continet tertia pars rectanguli ſub numero fuſi vnitate aucto, & ſub duplo numero vnitate aucto, ad quadratum A D. Ergo ex æquali, erit ſemifuſus ad conum ex G Q D, vt tot partes quadrati A D, diuiſi vt dictum eſt, quot vnitates continet rectangulum ſub numero fuſi, & ſub duplo numero, ad tot rectangula ſub tot K A, & ſub tot A Q, quotus eſt duplus numerus fuſi. Cum vero numerus antecedentis,

nempe

nempe partium quadrati A D, ſit numerus ortus ex numero ſuſi, & ex duplo numero; & numerus rectangulorum ex kA, AQ, ſit numerus ortus ex duplo numero, & ex duplo numero; ſequitur primum numerum, nempe quadratorum, eſſe dimidium numeri ſecundi, nempe rectangulorum K A Q. Quare quot vnitates continet numerus quadratorum, tot binaria continet numerus rectangulorum. Erit ergo vt omnia illa quadrata ad omnia rectangula, ſic vnicum quadratum ad vnicum rectangulum. Erit ergo ſemifuſus ad conum ex GQD, maximum ſibi inſcriptum vt vnica pars quadrati A D, diuiſi in tot partes quot vnitates continet tertia pars rectanguli ſub numero fuſi vnitate aucto, & ſub duplo numero vnitate aucto, ad duo rectangula QA k. Quod erat oſtendendum.

SCHOLIVM.

Cum ergo conus minimus circumſcriptus ſemifuſo ſit ad maximum inſcriptum vt 27, ad 4; ſequitur ſemifuſum eſſe ad ipſum, vt prædictum antecedens ad 13, rectangula QA K, cum dimidio.

Hæc ergo ſunt benigne lector, quæ pro tertia hac vice determinauimus tibi communicare. Impreſſio noſtri operis de Infinitis Parabolis abſoluta fuit die quarta præteriti Menſis Iulij. Compoſitio Miſcellanei præſentis terminata fuit die 26. Auguſti. Hæc tibi exponimus vt habeas vnde colligas fauorabiles

excu-